

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DEMAT**

VILMA CANDIDA BUENO

**CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUBSÍDIOS
PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: QUATRO MANEIRAS DE
COMPREENDÊ-LA NO CENÁRIO BRASILEIRO**

OURO PRETO - MG

2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DEMAT**

VILMA CANDIDA BUENO

**CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUBSÍDIOS
PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: QUATRO MANEIRAS DE
COMPREENDÊ-LA NO CENÁRIO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Ouro, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de concentração: Modelagem Matemática
Orientador: Prof. Dr. Dale William Bean

Ouro Preto - MG

2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E
SUBSÍDIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: QUATRO
MANEIRAS DE COMPREENDÊ-LA NO CENÁRIO
BRASILEIRO**

Autora: Vilma Candida Bueno

Orientador: Prof. Dr. Dale William Bean

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Vilma Candida Bueno e aprovada pela Comissão Examinadora. Data: 05/09/2011

Assinatura:.....

Orientador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dale William Bean

Profa. Dra. Maria Salett Biembengut

Profa. Dra. Regina Helena de Oliveira Lino Franchi

B928c Bueno, Vilma Candida.
Concepções de modelagem matemática e subsídios para a educação matemática [manuscrito] : quatro maneiras de compreendê-la no cenário brasileiro / Vilma Candida Bueno – 2011.
xi, 131 f.: il.; grafs.; tabs.; quadros.

Orientador: Prof. Dr. Dale William Bean.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática.
Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Aprendizagem - Teses.
3. Modelagem matemática - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto.
II. Título.

CDU: 51:37.091.39

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

Dedico:

O Deus, meu guia, meu escudo, meu refúgio.

Aos meus pais (in memoriam) Nelson e Olívia, pela eterna perseverança legada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, meu guia e meu refúgio.

Ao Prof. Dale William Bean, pelo criativo trabalho de orientação ao longo desta dissertação e pelas contribuições como participante da pesquisa. Minha gratidão pela amizade, por esse tempo de aprendizado e convivência, pela paciência e apoio constante nesse período.

Aos demais professores do curso do Mestrado Profissional em Educação Matemática que me proporcionaram reflexões e interlocuções ao longo desta jornada acadêmica, pelos conhecimentos compartilhados, por ajudarem em meu crescimento e amadurecimento como pesquisadora. Em especial ao Prof. Frederico da Silva Reis pelo apoio e por despertar em mim os primeiros interesses pela Modelagem Matemática.

Aos colegas do curso, pelos momentos de convivência, pelas críticas, pela colaboração, pelas ideias compartilhadas, ricas discussões que tivemos, pela amizade!

À professora Maria Salett Biembengut que, além de cooperar como pesquisadora participante, também aceitou participar da banca examinadora, mesmo diante da distância de mais de 1.300km. Agradeço a preciosidade das contribuições e disponibilidade em colaborar com sugestões sempre que procurada.

Aos professores, Dionísio Burak e Jonei Cerqueira Barbosa, participantes desta pesquisa que, apesar do tempo curto, e com tarefas a cumprir, se mostraram dispostos a contribuir com esta investigação. Pelas reflexões proporcionadas, pelo conhecimento compartilhado por meio de suas publicações e pela atenção com que me atenderam desde o primeiro contato até o envio das respostas aos questionários.

Aos demais autores, com que pude dialogar durante a construção deste trabalho, por meio de leituras e reflexões.

À professora Regina Franchi que aceitou participar da banca examinadora desta dissertação, pelas contribuições dadas para a redação do texto, pela disponibilidade em colaborar com sugestões, mesmo que o tempo fosse restrito.

Aos meus pais amados, por ainda estarem sempre presentes em minha vida, mesmo que seja apenas em lembranças [in memoriam]. Pelo que representaram em minha formação como pessoa, pois sou reflexo da criação que me deram e do amor investido em mim.

A minha família pelo incentivo no caminho que escolhi percorrer, pelo apoio e suporte em todas as coisas. Pela compreensão da ausência e respeito pelas decisões. Porque família é tudo!

À amiga Marinete Padilha, pelo carinho, companheirismo, torcida e incentivo de sempre.

A amiga e também diretora da Escola GETEC, uma das escolas onde trabalho, Lourezi Barbosa, pela compreensão e apoio, que foram além da convivência profissional.

Ao Dr. Leandro Silva que foi, além de médico, uma espécie de suporte emocional, fundamental para alguns períodos delicados na saúde, pelos quais passei neste período do mestrado.

Ao Marcos que apareceu no meio da turbulência e tornou esse período um pouco mais suave.

Aos alunos que conviveram e aos que convivem comigo diariamente, que dão sentido à profissão escolhida.

Ao apoio da Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais, por possibilitar a licença das minhas atividades docentes para a realização deste curso e por entender que a formação contínua do professor é importante para uma educação de qualidade.

Enfim, muito obrigada a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para o desenvolvimento desta pesquisa.

*Senhor,
Tu és o Bom Pastor.
Eu sou a Tua ovelha.
Em alguns dias, estou sujo;
Em outros, estou doente.
Em alguns dias, me escondo;
Em outros, me revelo.
Sou uma ovelha ora mansa, ora agitada.
Sou uma ovelha ora perdida, ora reconhecida.
Eu sou Tua ovelha Senhor.
Eu reconheço a Tua voz.
É que às vezes a surdez toma conta de mim.
Eu sou Tua ovelha, Senhor.
Não permita que eu me perca,
que eu me desvie do Teu rebanho.
Mas se eu me perder, eu te peço, Senhor,
Vem me encontrar.
Amém.*

(Padre Marcelo Rossi)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo geral articular aspectos metodológicos e teóricos que fundamentam concepções de modelagem matemática existentes na comunidade brasileira de educadores matemáticos e, com base nestes aspectos, delinear possíveis contribuições educacionais dessas concepções. Numa abordagem qualitativa, a pesquisa traz uma revisão bibliográfica sobre o tema, fazendo um estudo sobre conceituações e concepções de pesquisadores em relação à Modelagem Matemática e seus subsídios para a Educação Matemática. Traz também uma pesquisa de campo realizada por meio de questionários abertos respondidos por quatro estudiosos, integrantes da comunidade brasileira de educadores matemáticos, que discursam sobre a modelagem na sala de aula, a saber: Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Dale William Bean. As informações obtidas estão sintetizadas em quatro categorias com o objetivo de analisar as concepções dos participantes segundo os questionamentos: O que é modelagem matemática? O que é modelo matemático? Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula? Quais são os objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula? A terceira etapa da pesquisa é dedicada à retomada dos dados, revisão das apreciações e a consolidação de um relatório final (materializado num documentário textual), visando caracterizar concepções de Modelagem Matemática dos quatro estudiosos e subsídios que essas concepções oferecem para o ensino e aprendizagem, tendo como público-alvo professores de Matemática, em especial aqueles que atuam nos ensinos fundamental e médio.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, concepções, ensino e aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This research aims to articulate methodological and theoretical aspects that underlie conceptions of Mathematical Modeling that exist in the Brazilian community of mathematics educators and, based on these aspects, outline possible educational contributions of these conceptions. In a qualitative approach, the research provides a review of the literature on the subject with a study of ideas and conceptions of researchers in Mathematical Modeling and its contributions for mathematics education. A field survey is carried out by means of open questionnaires answered by four scholars, members of the Brazilian community of mathematics educators, who are involved with mathematical modeling in the classroom, namely: Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa and Dale William Bean. The information obtained is summarized in four categories in order to analyze the conceptions of participants according to the questions: What is mathematical modeling? What is a mathematical model? How is mathematical modeling carried out in the classroom? What are the goals of doing mathematical modeling in the classroom? The third stage of the research is dedicated to the rereading of data, reviewing the assessments and the consolidation of the final report (materialized in a textual documentary), in order to characterize conceptions of mathematical modeling of the four scholars and contributions that these conceptions offer for teaching and learning; having mathematics teachers as an audience, especially those working in primary and secondary education.

Keywords: Mathematical Modeling, conceptions, teaching and learning of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Processo de criação de modelos.....	25
Figura 2: Matemática Aplicada – Modelagem Matemática.....	26

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Descrição dos critérios de escolha dos participantes.....	45
Quadro 2: Publicações de Biembengut analisadas na pesquisa.....	48
Quadro 3: Publicações de Burak analisadas na pesquisa.....	49
Quadro 4: Publicações de Barbosa analisadas na pesquisa.....	51
Quadro 5: Publicações de Bean analisadas na pesquisa.....	52
Quadro 6: Possibilidades de organização de atividades de Modelagem Matemática.....	74
Quadro 7: Concepção de Modelagem Matemática.....	82
Quadro 8: Concepção de Modelo Matemático.....	83
Quadro 9: Concepção do processo de Modelagem Matemática na sala de aula	84
Quadro 10: Concepção dos objetivos de Modelagem Matemática na sala de aula.....	86

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	12
INTRODUÇÃO.....	15
1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA.....	18
1.1 Raízes e precursores da Modelagem Matemática no cenário nacional.....	18
1.2 Matemática Aplicada e Modelagem Matemática.....	21
1.3 Modelo matemático e Modelagem Matemática.....	23
1.4 Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.....	27
1.5 Quatro estudiosos da Modelagem Matemática.....	35
<i>1.5.1 Maria Salett Biembengut.....</i>	<i>35</i>
<i>1.5.2 Dionísio Burak.....</i>	<i>36</i>
<i>1.5.3 Jonei Cerqueira Barbosa.....</i>	<i>37</i>
<i>1.5.4 Dale William Bean.....</i>	<i>38</i>
1.6 Modelagem Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.....	38
2 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS.....	41
2.1 Revisão bibliográfica geral.....	42
2.2 Revisão bibliográfica referente aos trabalhos dos quatro participantes.....	43
2.3 Formulação e aplicação de questionários para os quatro participantes.....	52
2.4 Análise das concepções dos quatro estudiosos.....	53
2.5 Elaboração do documentário textual.....	54
3 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO PUBLICAÇÕES DOS PARTICIPANTES.....	55
3.1 Modelagem Matemática segundo publicações de Biembengut.....	56
3.2 Modelagem Matemática segundo publicações de Burak.....	63
3.3 Modelagem Matemática segundo publicações de Barbosa.....	70
3.4 Modelagem Matemática segundo publicações de Bean.....	75

4. O QUE NOS APONTAM OS AUTORES PARTICIPANRES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA: INTERPRETAÇÕES GERAIS	81
4.1 Modelagem Matemática segundo concepções de Biembengut.....	87
4.2 Modelagem Matemática segundo concepções de Burak.....	90
4.3 Modelagem Matemática segundo concepções de Barbosa.....	92
4.4 Modelagem Matemática segundo concepções de Bean.....	93
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	95
REFERÊNCIAS.....	99
APÊNDICES.....	107

APRESENTAÇÃO

Iniciar a escrita de um trabalho acadêmico é uma tarefa delicada. São as primeiras linhas de um texto, as primeiras ideias, os primeiros esboços. Dessa forma, na busca de melhor conduzir a introdução desta investigação, exponho aqui alguns aspectos de minha prática docente e acadêmica, sementes de minhas inquietações para mostrar como o desenvolvimento dos primeiros estudos levou-me a uma mudança da pergunta diretriz que culmina neste trabalho. Ao iniciar esta dissertação, tive a necessidade de elaborar uma pergunta para encontrar um direcionamento e uma primeira pergunta diretriz orientou-me inicialmente “Que possibilidades a Modelagem Matemática oferece ao ensino e aprendizagem de Matemática?” Entretanto, descobri que havia outra pergunta que, naquele momento, expressava melhor o que eu buscava investigar.

A minha carreira profissional como professora de Matemática começou efetivamente no fim de 1999, quando ainda cursava o último período de faculdade e comecei a trabalhar com o Ensino Fundamental e, posteriormente, com o Ensino Médio. Deste tempo para cá lidando tanto com o Ensino Médio quanto com o Ensino Fundamental, sempre acreditei que a assimilação de conceitos matemáticos é de grande importância para a formação social das pessoas e que a compreensão lógico-matemática envolve a capacidade de analisar problemas com mais argúcia e favorece ações coerentes e determinadas. Também procuro mostrar aos meus alunos a relevância de fazer uso das habilidades conseguidas no contexto escolar para fazer inferências em suas vidas cotidianas.

Em 2005 ingressei no curso de Especialização em Educação Matemática da UFOP em Ouro Preto – MG, onde me inteirei de assuntos relacionados com as novas tendências da Educação Matemática e, entre elas, a Modelagem Matemática como recurso de ensino e aprendizagem, despertou-me especial interesse. Resolvi focar minha pesquisa no Ensino Fundamental e analisar por meio de uma pesquisa-ação, como a Modelagem Matemática podia ser implantada no ensino introdutório de funções na 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental – o que me pareceu pertinente, já que é nesse momento que o aluno tem seu primeiro contato com esse tópico da Matemática. Após uma revisão bibliográfica, sobre as possibilidades da Modelagem Matemática como facilitadora do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, desenvolvi um trabalho de intervenção por meio de planejamento, implantação e avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática

voltada para o ensino introdutório de Funções. Trabalho esse que teve como foco central o tema: “Como se calcula o valor de um imóvel urbano (apartamentos e casas)?”

Entre 2005 e 2006 desenvolvi minha monografia intitulada “Funções e Modelagem Matemática: Uma experiência com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental”. Essa experiência além de me levar a uma “paixão” pela Modelagem Matemática me proporcionou a participação em alguns eventos voltados para a Educação Matemática, juntamente com o professor Dr. Frederico da Silva Reis – orientador da pesquisa, bem como a publicação de quatro artigos referentes ao tema Modelagem Matemática. Também passei oportunamente a introduzir a modelagem em minhas aulas de Matemática.

Motivada pelo desafio de dar continuidade a essa pesquisa e, principalmente, em contribuir para uma discussão sobre a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, em 2008 me inscrevi como aluna especial na disciplina “Modelos e Modelagem” que compõe uma das disciplinas eletivas do Curso do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, ministrada pelo professor Dr. Dale William Bean. Essa experiência serviu para reforçar meu interesse pelo “fazer modelagem matemática” na sala de aula e então, pleiteei uma vaga para a segunda turma do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, destacando especial interesse pela Linha 1 de pesquisa do curso: Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática que tem como eixo o desenvolvimento e a contextualização de conceitos matemáticos, a partir de sua evolução histórico-científica, investigando seus significados socioculturais e avaliando suas implicações para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Quando iniciei o curso, pretendia desenvolver a pesquisa de dissertação sobre “possibilidades da Modelagem Matemática como facilitadora do ensino e aprendizagem da matemática”, sob orientação do professor Dr. Dale William Bean. A ideia geral era desenvolver o estudo com um grupo de estudantes das séries finais do Ensino Fundamental, com o intuito de usar conceitos matemáticos para matematizar uma situação-problema e fazer modelagem para significar conceitos matemáticos.

Eu buscava uma maneira de possibilitar aos alunos e ao professor ter acesso a uma das tendências da Educação Matemática, que sob minha ótica, representa hoje um dos grandes motivadores de alunos e professores de Matemática, visto que “a utilização de modelos matemáticos, por meio da formulação em linguagem simbólica e relações lógicas para analisar certas situações, tem sido um método bastante eficaz adotado com sucesso, ha vários séculos” (MINAS GERAIS, 2007, p.36).

No decorrer das leituras realizadas para efetiva fundamentação teórica da pesquisa e contínuas conversas com o orientador deste trabalho, senti que meu desejo em pesquisar sobre a Modelagem Matemática tornava-se cada vez mais persistente, mas o foco inicial mudou de direção em virtude de uma constante inquietação. Quanto mais estudos e reflexões eram feitos sobre o tema da Modelagem Matemática, uma questão chamava minha atenção de forma incisiva: o de existir no campo da Modelagem Matemática formas distintas de concebê-la, na ótica dos estudiosos que pesquisam sobre o assunto.

Naquele momento, vi surgir diante de mim, entre outras, perguntas como: Que concepções de Modelagem Matemática existem no contexto da Educação Matemática? O que uma concepção tem em comum com outra concepção e o que tem de diferente? Uma atividade de Modelagem Matemática pode abordar mais de uma concepção?

Assim, para esclarecer distintas percepções encontradas na conceituação da Modelagem Matemática, para compreender suas singularidades e contribuições para a Educação Matemática e, ainda, frente à expectativa de um mestrado profissional que tem como proposta lançar um material que sirva de referência para outros professores, o foco deste trabalho – entendido como o ponto de convergência da pesquisa – passou a ser, as concepções de Modelagem Matemática existentes nos dizeres de educadores matemáticos e os subsídios que essas concepções oferecem para a Educação Matemática.

Tal temática parece pertinente e significativa para o debate da Modelagem Matemática na Educação Matemática, bem como o material resultante deste estudo, que poderá contribuir com outros professores que queiram fazer modelagem em suas salas de aula. Acredito que quando um professor se propõe a trabalhar com determinada tendência de ensino, é importante compreender as circunstâncias em que ela está inserida e também as concepções que enraízam essa proposta. Para tanto, ancoo no viés originário da inquietação, e passo a discorrer sobre a investigação que girou em torno da seguinte pergunta: *Que concepções de Modelagem Matemática existem na comunidade brasileira de educadores matemáticos e que subsídios essas concepções oferecem à Educação Matemática?*

INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto do aprofundamento de um incômodo que foi se esboçando a partir das experiências de uma professora de Matemática e seu interesse pela Modelagem Matemática na sala de aula. Ao buscar maior aprofundamento teórico sobre as concepções de Modelagem Matemática no ensino de Matemática, percebe-se que este conceito ainda está em construção entre estudiosos da comunidade brasileira de educadores matemáticos. Desde a sua introdução no Brasil, segundo Biembengut (1990, 2009), por volta da década de 1970, o termo tem passado por transições ao longo dos anos. Também não há na literatura pertinente uma concepção única sobre a definição de modelagem, existindo algumas ideias que são consenso e outras que ainda precisam ser melhor refletidas (CALDEIRA, 2009, BEAN, 2007, BUENO E REIS, 2007, BARBOSA, 2001, 2007, ARAÚJO, 2002). O debate internacional sobre a modelagem parece não se diferenciar do debate nacional quando se trata de definições conceituais e segundo Kaiser e Sriraman (2006, p. 302) "demonstra que não existe um entendimento homogêneo de modelagem e suas origens epistemológicas" (tradução nossa).

A existência de uma diversidade de nomenclaturas utilizadas no contexto da Modelagem Matemática e que nem sempre traz uma significação explícita para o leitor, deixa dúvidas quanto à interpretação. Silveira (2007) faz um mapeamento das teses e dissertações brasileiras relativas ao tema Modelagem Matemática na formação de professores, defendidas entre 1976 e 2005 e afirma que a ambiguidade e redundância com que estes termos são utilizados na literatura provoca uma "confusão mental ao nos depararmos com todos os "nomes" atribuídos pelos pesquisadores à utilização da Modelagem Matemática com fins educacionais (enfoque pedagógico)" (SILVEIRA, 2007, p.45).

Este autor enumera uma lista com vinte e sete expressões que são comumente utilizadas pelos autores para conceituar modelagem, mas que não necessariamente aparecem de forma clara, e ainda, ora são consensuais, ora divergentes. Entre estas expressões estão:

Metodologia de aprendizagem, estratégia de aprendizagem, estratégia para a aprendizagem da matemática, estratégia de ensino, estratégia de ensino e aprendizagem, estratégia de ensino-aprendizagem, método de ensino, metodologia alternativa, alternativa pedagógica, ambiente de ensino e aprendizagem, método da modelação matemática, abordagem metodológica, alternativa metodológica, método alternativo de ensino, método da modelagem matemática, método de ensino-aprendizagem, método de ensino-aprendizagem (Modelação), abordagem alternativa para o ensino, estratégia pedagógica, método de aprendizagem e ensino, método de ensino e aprendizagem, método modelagem matemática, metodologia de aprendizagem, metodologia para o processo de ensino-aprendizagem, proposta pedagógica, proposta metodológica, alternativa para o ensino (Modelação),

estratégia de ensino-aprendizagem (Modelos matemáticos), (SILVEIRA, 2007, p. 46).

Outra peculiaridade também percebida no âmbito da Modelagem Matemática é que as pesquisas relacionadas ao tema, em maioria, não aprofundam o estudo dessas diferenças de concepções e, muitas vezes, nem são compreendidas por professores que adotam a prática de modelar em suas salas de aula. Um estudo realizado por Klüber e Burak (2008), sobre concepções de modelagem, aponta para a necessidade de estudos mais profundos sobre essa temática; que pudessem contribuir para a formação de uma massa crítica acerca de questões teóricas e metodológicas envolvidas na Modelagem Matemática.

A partir da perspectiva de que não existe concepção única entre os estudiosos referente à Modelagem Matemática e que várias pesquisas apontam a sua eficácia no ensino e aprendizagem de Matemática, esta investigação estabelece os seguintes objetivos gerais:

1. Articular aspectos teóricos e metodológicos que fundamentam as concepções de Modelagem Matemática de uma amostra de estudiosos¹, da comunidade brasileira de educadores matemáticos;

2. Delinear possíveis contribuições dessas concepções para as práticas educacionais.

As informações obtidas e conhecimentos construídos no caminho de alcançar esses objetivos serão utilizados para elaborar um documentário textual, voltado para professores de Matemática, que apontará algumas concepções de Modelagem Matemática, assim como vantagens e possibilidades da Modelagem Matemática na sala de aula. Para atingir os objetivos, esta pesquisa propõe-se a buscar resposta para a seguinte questão de investigação: *Que concepções de Modelagem Matemática existem na comunidade brasileira de educadores matemáticos e que subsídios essas concepções oferecem à Educação Matemática?*

A interrogação e os objetivos citados aqui representam o foco de interesse da pesquisa e estão delimitados ao longo de quatro capítulos e algumas considerações finais, além da lista de referências e apêndices.

O primeiro capítulo apresenta um breve histórico sobre o caminho da Modelagem Matemática no cenário brasileiro, como fins educacionais, focalizando suas raízes e

¹ A delimitação de quais estudiosos compõem esta amostra, bem como os critérios de seleção, está apresentado no capítulo 1.

precursores. As concepções de Modelagem Matemática de alguns estudiosos são abordadas para apontar diferentes maneiras de conceituá-la e buscar fundamentos que demonstrem uma demanda para uma investigação sobre concepções de Modelagem Matemática. O capítulo também apresenta os participantes da pesquisa, que compõem uma amostra de estudiosos da Modelagem Matemática selecionada da comunidade brasileira de educadores matemáticos, bem como os critérios de seleção. A última seção do capítulo contextualiza objetivos da Modelagem Matemática para fins educacionais, com orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, a fim de assinalar a importância de sua inclusão na proposta curricular de Matemática. O segundo capítulo traz a delimitação da metodologia que subsidiou a pesquisa, assim como a especificação dos caminhos percorridos para a coleta e análise das informações.

O terceiro capítulo é dedicado ao levantamento de entendimentos sobre concepções de Modelagem Matemática de quatro pesquisadores, selecionados da comunidade brasileira de educadores matemáticos, com o objetivo de fazer uma primeira análise das concepções desses pesquisadores, mediante estudo de suas publicações escritas e à luz da interrogação da investigação.

No quarto capítulo é feita a análise e categorização das concepções dos quatro pesquisadores, participantes da pesquisa, com vistas a responder a questão de investigação à luz de quatro questionamentos: O que é Modelagem Matemática? O que é modelo matemático? Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula? Quais são os objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula? Esta análise corrobora as respostas dos participantes aos questionários abertos e suas publicações analisadas no terceiro capítulo.

As considerações finais trazem algumas reflexões sobre concepções de Modelagem Matemática para fins educacionais, o processo em que a Modelagem Matemática é realizada na sala de aula e eventuais contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Na sequência, é apresentada a lista de referências utilizadas no presente trabalho e os apêndices considerados necessários para acompanhar a leitura desta dissertação.

1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA

Modelagem Matemática é um assunto amplo e estimulador em seus vários aspectos. Este capítulo tem por finalidade trazer uma abordagem de suas raízes no âmbito da educação brasileira e apresentar alguns de seus principais precursores. Também objetiva apresentar uma ponderação sobre o significado geral de “modelos” e “Modelagem Matemática”, bem como da compreensão geral da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.

1.1 Raízes e precursores da Modelagem Matemática no cenário nacional

Segundo a literatura, no Brasil, a proposta da modelagem com fins educacionais emergiu por volta da década de 1970 (BIEMBENGUT, 1990, 2009; SILVEIRA, 2007; BARBOSA, 2001). A consolidação da Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira deve seu crescimento a vários grupos e pesquisadores, entretanto, de acordo com Biembengut² (2003, 2008, 2009), três precursores podem ser citados como primordiais para imersão da Modelagem Matemática no ensino de Matemática no contexto brasileiro: Aristides Camargos Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi.

De acordo com Biembengut (2003, 2008, 2009), Aristides Barreto era um entusiasta em modelar matematicamente suas músicas e a partir de 1970 começou a utilizar-se da modelagem em suas aulas na graduação da PUC-RJ, em que procurava utilizar modelos como estratégia de ensino nas disciplinas: Fundamentos da Matemática, Prática de Ensino e Cálculo Diferencial Integral. Segundo Biembengut (2009), a inquietante pergunta “para que serve isto?”, levou Barreto à realização de sua primeira experiência pedagógica com 212 alunos do curso de Engenharia, no ano de 1976 e que o levava acreditar que a Modelagem Matemática no ensino era capaz de tornar os alunos mais motivados e interessados. Aristides Barreto foi quem orientou as duas primeiras dissertações de Modelagem da Pós-Graduação da PUC-RJ: “Modelos na Aprendizagem Matemática”, de autoria de Celso Braga Wilmer, em 1976, e “Estratégia combinada de Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares

² Para obter informações detalhadas a respeito da História da Modelagem Matemática no cenário brasileiro, ler BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. , v.2, p.7 – 32, 2009.

para ensino e aprendizagem da matemática em nível de 2º grau: estudo exploratório”, de autoria de Jorge E. Pardo Sánchez, de Costa Rica, em 1979.

As experiências e estudos realizados pelo professor Aristides Barreto com Modelagem Matemática levaram este professor a defender sua proposta em diversos eventos de Educação Matemática, tanto nacionais como internacionais. Além de conquistar adeptos importantes para o movimento da Modelagem Matemática no país, como, por exemplo, o professor Rodney Bassanezi, a proposta apresentada pelo professor Barreto implicava:

apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la. Como ele dispunha de uma coleção de modelos matemáticos de diversas áreas realizados por ele ou pelos seus estudantes, suas exposições conquistaram muitos adeptos (BIEMBENGUT, 2009, p.11).

O professor Ubiratan D’ Ambrósio se configura como outro importante precursor do movimento da Modelagem Matemática no cenário brasileiro. Foi representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática e promoveu e coordenou nas décadas de 1970 e 1980 cursos e projetos na Universidade de Campinas (SP) - UNICAMP que impulsionaram a formação de grupos em Matemática Aplicada, Biomatemática e em Modelagem. Em conformidade com Biembengut (2009), D’Ambrósio teve seus primeiros contatos com a modelagem na década de 1960 quando era professor e pesquisador nos Estados Unidos na Brown University, em Providence, na University, em Kingston quanto na State University of New York, em Búfalo - New York.

Naquela época ocorria nos Estados Unidos um movimento em relação ao ensino e a aprendizagem de Matemática, mesma época em que se formou o Undergraduate³ Mathematics Application Program – UMAP que objetivava preparar módulos de aprendizagem de Matemática por temas. Nota-se então que o foco estava nos conteúdos, ou seja, elegia-se um tema matemático e, depois, procurava-se preparar um material de apoio didático com aplicações desse tema nas mais diversas áreas do conhecimento, para fins de melhoria no ensino e aprendizagem de Matemática de alunos da Educação Superior. Nessa época esta tendência ainda não era chamada de modelagem e viria assumir este nome algum tempo depois.

Segundo Biembengut (2009), em 1972 D’Ambrosio retorna ao Brasil para atuar na UNICAMP e com o apoio da Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) e da Organização dos Estados Americanos (OEA), tem a oportunidade de

³ A palavra “undergraduate” significa “graduação” em português.

implantar no país propostas de Educação Matemática, semelhantes as que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos. Dentre essas propostas realizadas nesse período, destacam-se duas: a produção de materiais de apoio didático na forma de módulos e a criação do primeiro Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na UNICAMP. O curso tinha mais ou menos o modelo proposto na Universidade de Roskilde na Dinamarca, isto é, um modelo interdisciplinar, não linear. Pode-se dizer que o modelo adotado nesse Mestrado deu origem a trabalhos em Modelagem e Etnomatemática.

O professor Rodney Carlos Bassanezi foi outro importante precursor da Modelagem Matemática no cenário nacional. Além de atuar em cursos e projetos da UNICAMP, tornou-se o principal disseminador da Modelagem Matemática, pois, ao adotá-la em suas práticas de sala aula (graduação, pós-graduação lato e *stricto sensu* e cursos de formação continuada) conquistou adeptos por todo o Brasil. Coordenou na década de 1980 outro curso também promovido na IMECC-UNICAMP, para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral, de diversas Instituições de Educação Superior da região sul do Brasil, com duração de uma semana.

Segundo Biembengut (2007, 2009), não havia neste curso um método preestabelecido e não se pretendia fazer uso do método tradicional de ensino. O desenvolvimento das aulas do professor Bassanezi se dava mais ou menos da seguinte forma: após uma conversa com os participantes, era proposto que se reunissem em grupos e apresentassem um problema que envolvesse o Cálculo Diferencial e Integral para a solução deste problema. Entretanto, a maioria dos problemas propostos era semelhante aos que se apresentava nos livros texto, “sem criatividade”. Esse momento parece ter sido crucial para Bassanezi propor atividades mais criativas onde cada grupo precisava buscar problematizar a situação em estudo e buscar formas de solucioná-la. Ao tomar tais atividades como precursoras de práticas de Modelagem Matemática, é válida a definição apresentada pelo próprio Bassanezi (2006),

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (p. 24, grifo do autor).

Ainda de acordo com Biembengut (2009), em 1982 foi organizado um Curso de Pós-Graduação em Modelagem na Universidade Estadual de Guarapuava- PR e convidados professores da UNICAMP para ministrá-lo, tendo como coordenador o professor Bassanezi que propôs uma alteração no programa tradicional de pós-graduação. A proposta era que os

participantes fizessem uma visita a empresas da cidade e, a partir do primeiro contato com as questões deste contexto, levantassem problemas de interesse do grupo para serem investigados. Dessa forma, temas como abelhas, chimarrão, fabricação de papel, suinocultura, dentre outros, impulsionaram a realização do 1º Curso de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e, por consequência, a realização de dezenas de outros cursos sob a coordenação do professor Bassanezi⁴ em diversas instituições de Educação Superior do Brasil. Atualmente ele contabiliza diversos destes cursos de pós-graduação e de formação continuada e também palestras em várias cidades brasileiras, promovidas por Instituições de Ensino ou Secretarias Estaduais e Municipais de Educação.

1.2 Matemática Aplicada e Modelagem Matemática

Nesta seção, será abordada a Modelagem Matemática como entendida sob a perspectiva da comunidade de matemáticos aplicados. A Matemática Aplicada diferencia-se da Matemática pura “que trata de entes ideais, abstratos ou interpretados, existentes apenas na mente humana” (BASSANEZI, 2006, p.17). O matemático aplicado trabalha com problemas que são executados por profissionais em outras áreas de conhecimento e atuação que não seja a área de Matemática; ou seja, ele utiliza a Matemática como ferramenta ao abordar esses problemas. “O objetivo (e a esperança) de todo matemático aplicado ao estudar um problema é construir um modelo dentro de uma teoria matemática já desenvolvida e amplamente estudada, que facilite a obtenção de resultados” (p. 17). Pode-se dizer que a atividade do matemático aplicado é associada com a modelagem, uma das suas atividades principais; e assim, a atividade de Modelagem Matemática, muitas vezes, é interpretada como uma atividade de modelar situações oriundas de outras áreas de atuação e conhecimento⁵.

Ao aceitar esta concepção, pode-se dizer que a modelagem é feita segundo a linguagem matemática, mas interpretada com base nos quadros conceituais de outras áreas do

⁴ Bassanezi é referência fundamental para pesquisadores e professores interessados em Modelagem Matemática. Ele desenvolveu, ao longo dos anos, uma prática que contribui para o que entendemos pela Modelagem Matemática. Atua juntamente na área de Matemática Aplicada, e em particular biomatemática, como se pode notar em suas últimas publicações e também nas informações contidas em sua Home Page (acesso em 30/05/2010).

⁵ Esta interpretação não é unânime. Cifuentes e Negrelli (2006, 2007), entendem que a modelagem matemática também é uma atividade de Matemática, ou seja, modelagem pode ser feita na própria Matemática.

conhecimento. De acordo com Barbosa, Modelagem Matemática, na perspectiva da Matemática Aplicada, pode ser compreendida como sendo

[...] todo o processo de abordagem de um problema não matemático, envolvendo a construção do modelo [matemático]”, partindo de uma situação real até a construção de um modelo através da utilização de ferramentas e entes matemáticos, como gráficos, equações, inequações, para representar certos aspectos de uma situação real. (BARBOSA, 2003, p.53).

De acordo com Bassanezi (2006), o conteúdo e a linguagem matemática usados na construção de modelos matemáticos, devem ser “equilibrados e circunscritos tanto ao tipo de problema quanto ao objetivo que se propõe alcançar” (p. 25). E ainda, “modelagem matemática é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele” (BASSANEZI, 2006, p. 25). Ainda segundo Bassanezi (2006), as etapas seguidas para criar um modelo numa situação são:

- 1) **Experimentação:** atividade laboratorial em que se processa a obtenção dos dados. Os métodos quase sempre são ditados pela natureza do experimento e objetivo da pesquisa.
- 2) **Abstração:** procedimento que deve levar à formulação do modelo matemático. Nesta fase, devem ser observados (a) seleção das variáveis; (b) problematização ou formulação do problema teórico numa linguagem própria da área trabalhada; (c) formulação de hipóteses – que dirigem a investigação e são geralmente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas e específicas; (d) simplificações que consiste em restringir e isolar o campo de estudo apropriadamente, de tal modo que o problema seja tratável e ao mesmo tempo mantenha sua relevância.
- 3) **Resolução do modelo:** consiste no modelo matemático obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente e que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.
- 4) **Validação:** processo de aceitação ou não do modelo proposto. O modelo juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas deve ser testado em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real.

5) Modificação: etapa necessária quando fatores ligados ao problema original provocam a rejeição do modelo. Neste caso, o aprofundamento da teoria implica na reformulação do modelo.

1.3 Modelo matemático e Modelagem Matemática

De acordo com Cifuentes e Negrelli (2007), um modelo é a representação de um recorte da realidade formulado a partir de hipóteses e simplificações aproximadas (CIFUENTES e NEGRELLI, 2007). Desta ótica, um modelo matemático é, pois, uma representação ou interpretação simplificada de uma situação problemática, ou uma interpretação de um fragmento de um sistema, segundo uma estrutura de conceitos mentais ou experimentais em linguagem matemática. Os modelos matemáticos são utilizados praticamente em todas as áreas científicas como, por exemplo, na Biologia, Química, Física, Economia, Engenharia e na própria Matemática pura.

Às vezes existe um desconhecimento a respeito da diferenciação entre modelo matemático e Modelagem Matemática. Em termos gerais, o modelo é o resultado ou produto da atividade de sua construção, a modelagem. Atualmente, na comunidade de Educação Matemática o que é modelo matemático não tem uma discussão marcante, cedendo espaço para as discussões a respeito de concepções diferentes em relação à atividade de modelagem. Esta seção traz descrições de alguns autores a respeito do que é um modelo matemático no intuito de esclarecer a diferença entre o resultado, produto ou modelo e a atividade de construir o modelo, que é entendido como modelagem na comunidade de matemáticos aplicados.

Se buscarmos entre as primeiras incidências lembradas de modelos matemáticos, recairemos a milênios. Entre a primeira metade do século VI a.C. e o início do século V a. C., o matemático e filósofo grego - Pitágoras (e os pitagóricos) – comprovou o teorema que relaciona a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos, a e b , e o quadrado do comprimento da hipotenusa, c , de um triângulo retângulo: $a^2 + b^2 = c^2$. Esse teorema, conhecido como “Teorema de Pitágoras”, até hoje serve de modelo para alguns cálculos geométricos. O mesmo pode-se dizer do estudo matemático-físico realizado pelo italiano Galileu Galilei, século XVII, referente à queda dos corpos fundamentado em experimentos e

pensamentos para a construção do modelo $s = \alpha t^2$ que relaciona a distância, s , da queda em termos do tempo t percorrido.

Um modelo matemático, segundo Bassanezi (2006), é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam, de maneira simplificada, uma parte da realidade. Em consonância com esse autor, os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos analisados e classificados conforme o tipo de matemática utilizada. A saber:

linear ou não linear: conforme suas equações básicas tenham estas características.
Estático: quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou **Dinâmico:** quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colmeia.
Educacional: quando é baseado num número pequeno ou simples de suposições, tendo quase sempre, soluções analíticas. O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Ou **Aplicativo:** aquele baseado em hipóteses realísticas e que, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas de equações com numerosos parâmetros (BASSANEZI, 2006, p. 20).

Alguns autores criam ou adotam esquemas que ilustram o processo de criação de modelos e procuram sintetizar os aspectos que são desejáveis em uma atividade de modelagem. Um destes esquemas está representado pela figura 1 e foi sugerido por Bassanezi (2006). Ressalte-se que a obtenção do modelo esperado passa por uma sequência de etapas que envolvem de forma intensiva as técnicas encontradas na Matemática Aplicada, mas a aplicabilidade e validação dependem de pesquisas de outras áreas sendo assim necessário que haja intercâmbio entre elas. “Transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado [...] pela mesma via de interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema” (BASSANEZI, 2006, p.25).

A partir do modelo matemático, a situação problemática será, se possível, resolvida segundo os objetivos estabelecidos e interpretada na linguagem situação original. “Se for julgada satisfatória aos propósitos do modelador, os resultados são comunicados; se não, retorna-se ao trabalho realizado, verificam-se os cálculos, as relações estabelecidas ou as simplificações realizadas no início do processo” (BARBOSA, 2001, p. 14).

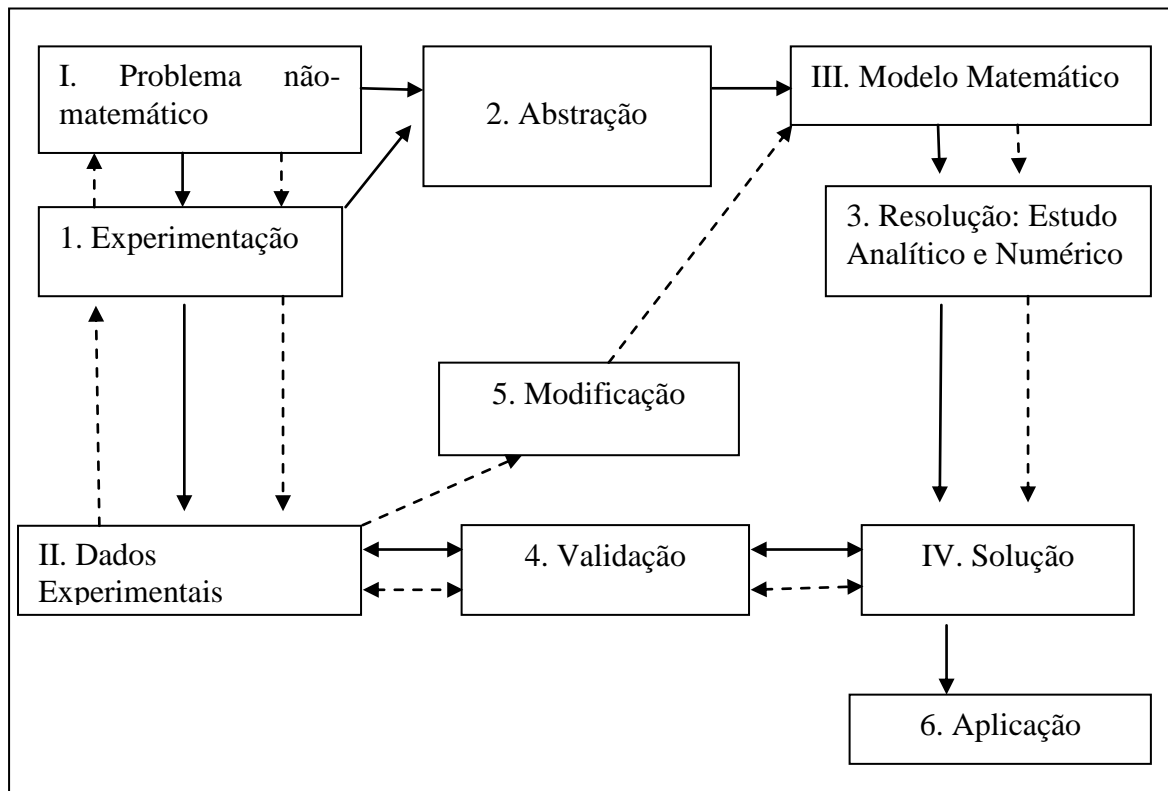


Figura 1 – Processo de criação de modelos

Fonte: BASSANEZI, 2006, p. 27

Outro esquema elaborado para explicar o processo de modelagem é sugerido por Edwards e Hamson, na figura 2. Nele os autores reduzem a modelagem a três fases: a formulação do modelo matemático, sua resolução e a interpretação. Segundo Barbosa (2001), o esquema traz dois aspectos que merecem atenção: no primeiro o processo de modelagem começa e termina no mundo real; no outro a natureza cíclica da modelagem induz à revisão do modelo matemático.

Os dois esquemas apresentados e tantos outros esquemas explicativos do processo de criação do modelo matemático inserem-se em tentativas de esclarecer aos iniciantes e aos próprios modeladores profissionais. Parte-se do pressuposto que “a apresentação teórica ajuda na identificação de habilidades inerentes ao método” (BARBOSA, 2001, p. 16). Isso, porém deve ser visto como uma partida e não uma regra absoluta, visto que “aprender modelagem é como aprender a nadar ou dirigir um carro; não é suficiente ler um livro que ensine como fazer” (EDWARDS e HAMSON, 1990 apud BABOSA, 2001, p.16).

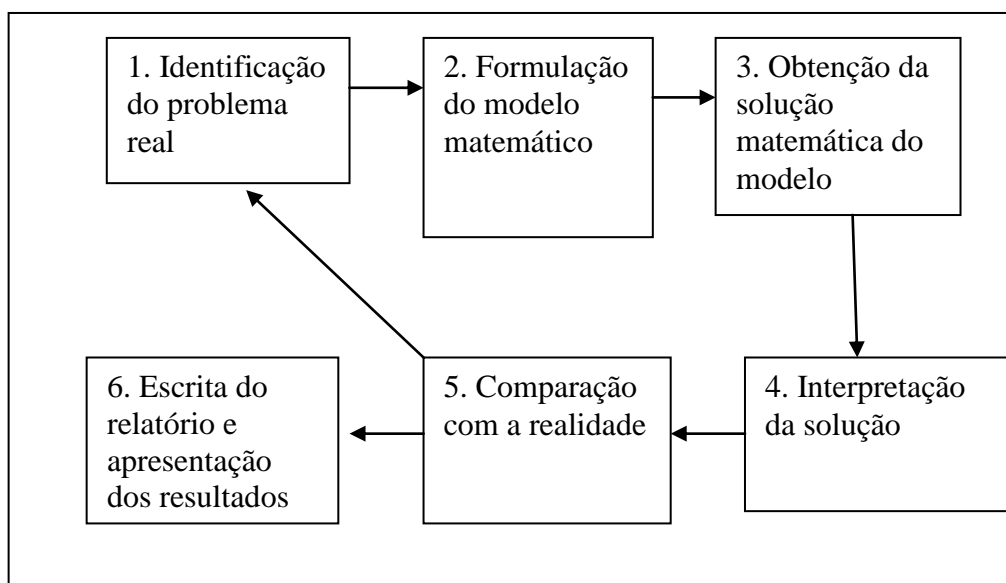


Figura 2 – Matemática Aplicada - Modelagem Matemática

Fonte: EDWARDS e HAMSON, 1990, p. 44 apud BARBOSA, 2001, p. 15.

O papel dos modelos matemáticos na sociedade é amplamente reconhecido devido as suas aplicações, que têm impactos diretos ou indiretos sobre o comportamento das pessoas. Os modelos matemáticos parecem servir de maneira satisfatória à tarefa de descrever e prever os fenômenos físicos, naturais e sociais, cabe ao modelador a tarefa de criá-los e abordá-los adequadamente conforme seus interesses e objetivos. Para Araújo (2002, p.12-13), “modelo é uma representação simplificada de uma situação concreta feita com o objetivo de compreender a situação e prever suas configurações futuras ou de situações semelhantes”. Alguns autores sugerem que quanto mais se exige fidelidade ao real, tanto mais será complexa a sua criação e adequação, em que está subentendida a existência de uma única realidade. Bean (2005, p.9), por sua vez, entende que

nossos modelos estão avaliados em termos de sua adequação às necessidades, interesses e aspirações do membros das comunidades (sejam elas religiosas, científicas ou outras), fornece uma base para compreender perspectivas diferentes sem a necessidade de eleger uma perspectiva privilegiada. (BEAN, 2005, p. 9).

Não existe uma única realidade, isto é, para Bean (2005), existem múltiplas realidades e a fidelidade dos modelos remete aos interesses e aos quadros conceituais das comunidades. A determinação dos mecanismos do modelo e sua vinculação, seja com a realidade ou uma realidade, é um processo complicado, pois a maior parte dos mecanismos não oferece fácil acesso experimental e seu criador (o modelador) tem que imaginar os mecanismos, por meio de hipóteses sobre seu funcionamento. Segundo Bunge (1974 apud GURGEL e PIETROCOLA, 2006), uma hipótese acerca dos mecanismos supostos só poderá ser

considerada como confirmada se satisfizer as seguintes condições: explicar o funcionamento observado, prever fatos novos além dos previsíveis por modelos criados e concordar com as leis conhecidas. As ideias de Bunge aproximam de Skovsmose (2001) que aponta que um conceito-chave de um modelo matemático é a aproximação de uma realidade

Tomamos decisões baseadas em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade; portanto, não podemos restringir a discussão de modelos matemáticos a “aproximações”. Questões mais fundamentais devem ser levantadas. Se a matemática em certo contexto de modelagem exerce um poder formatador, então, devemos perguntar: “o que é feito por meio dessa modelagem?”, “que questões sociais e tecnológicas são realizadas?”, quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações?” (BORBA e SKOVSMOSE, 2001, p.135, In: SKOVSMOSE, 2001).

Segundo Skovsmose (2007), é preciso refletir sobre a ideologia da certeza na Matemática. A Matemática não pode ser e ter a verdade absoluta, porém deve servir para construir argumentos, resolver problemas e para criar condições efetivas que favoreçam a compreensão das questões da realidade. Significa afirmar que pensar a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica requer a incorporação da prática docente na perspectiva de uma educação matemática de dimensão crítica. De fato, alguns autores remetem esta prática aos objetivos de se trabalhar modelagem matemática na sala de aula (ARAÚJO, 2002; BARBOSA, 2001, 2005).

1.4 Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática

Esta seção aponta para a diversidade da Modelagem Matemática sob diferentes perspectivas e traz fundamentos que demonstram demanda para uma investigação sobre as concepções de Modelagem Matemática. Abordagens teóricas e práticas são desenvolvidas por educadores matemáticos que buscam o equilíbrio entre currículo e aplicabilidade do conhecimento. A concepção da inter-relação existente entre matemática pura e matemática aplicada sugere mudança na postura do professor em sala de aula e aponta discussões sobre o papel do conteúdo específico entre pesquisadores que relatam experiências com Modelagem Matemática, (ALBÉ e GROENWALD, 2001, BASSANEZI, 2006, SCHELLER, 2009, MACHADO JUNIOR, 2005, ROZAL, 2007, ARAUJO, 2002, 2007, BURAK, BARBOSA, 2001, 2007).

Há no campo educacional, vários exemplos de educadores que adotam a Modelagem Matemática em suas e a justificam por acreditarem que essa estratégia viabiliza a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática, dando-lhe maior aplicabilidade e flexibilidade e oportuniza o debate sobre seu papel social. Há vasto material (livros, revistas, sites especializados, anais de eventos, etc.) que mostra que a Modelagem Matemática tem chamado a atenção da comunidade de educadores matemáticos e que as experiências desenvolvidas abrangem desde os primeiros anos do ensino fundamental até cursos de pós-graduação.

As ideias da Modelagem Matemática com fins educacionais surgiram no Brasil com os cursos de Bassanezi (ver seção 1.1), como chave para a estrutura da Modelagem Matemática como área de pesquisa em Educação Matemática que temos hoje. Mesmo que atualmente vários estudiosos concebem-na dentro de outras perspectivas, suas raízes encontram-se na Matemática Aplicada. Pode-se dizer que de certa forma a Modelagem Matemática é uma espécie de “filha” da Matemática Aplicada. Reconhecer a relação entre elas é valorizar as suas raízes e, assim, possuir subsídios para uma compreensão das concepções de Modelagem Matemática no âmbito educacional.

Isso não significa que a Modelagem Matemática depende da Matemática Aplicada, mas que mantém laços íntimos com ela. De acordo com Barbosa (2001, p. 11), a Matemática Aplicada é "um dos berços de inspiração para o movimento de Modelagem na Educação Matemática". Isso indica que por meio de adequação de ideias e concepções da Matemática Aplicada emergiu a Modelagem Matemática no cenário brasileiro (BARBOSA, 2001; BIEMBENGUT, 1999, 2009). Entretanto, ela desenvolveu um caminho próprio e modificou-se à luz das experiências e motivações pessoais dos estudiosos que a adotaram.

Ao abordar a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática é preciso reconhecer que este campo também está em evolução e admite concepções diferenciadas. É preciso também reconhecer a importância de ser ciente da concepção de Educação Matemática assumida. De acordo com Burak (2010), para garantir a qualidade de uma pesquisa, sempre que usada a expressão "Educação Matemática" é preciso se perguntar: "de qual Educação Matemática se fala?" e também "que aspectos devem ser levados em consideração?"

Não é intenção desta pesquisa, entrar nesta discussão, por considerar que este não é o objetivo no momento, já que o foco de estudo está centrado nas concepções da Modelagem Matemática. Porém, para esclarecer, este trabalho assume a expressão “Educação Matemática” na mesma concepção de Pires:

Educação Matemática é uma área de conhecimento interdisciplinar e não se confunde com a mera justaposição de conhecimentos oriundos da Matemática e da Educação. É uma nova síntese, que incorpora dimensões filosóficas, históricas, psicológicas, políticas, metodológicas e culturais na busca por um melhor entendimento sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como o seu papel social e político (PIRES, 2005, slide 08).

Pode-se dizer que a Educação Matemática é possuidora de um caráter problematizador que gera a consciência crítica da pessoa e busca o compromisso de transformação da realidade. Essa transformação permite a inserção de todos em um diálogo comum pelo qual se dá os saberes compartilhados entre professor e alunos. “Ao professor é reservada alguma coisa mais nobre. Ao professor é reservado o papel de dialogar, de entrar no novo junto com os alunos, e não o de mero transmissor do velho” (D’AMBROSIO, 1997, p.10).

Nenhuma proposta educacional, seja ela qual for, justifica-se ou pode ser considerada segura se os fundamentos que a embasam são ignorados, conflitantes, ou ainda se for adotada sem um olhar crítico. Segundo Burak (2010), uma prática educativa não pode ficar isenta de uma concepção de ensino e de aprendizagem, do seu objeto de estudo. Da mesma forma não se subtrai de nenhuma prática uma concepção de pessoa que se deseja formar para o mundo. Da mesma maneira, quando um professor, seja de qualquer nível de ensino, diz que "faz Modelagem Matemática", é importante ao mesmo tempo levar em consideração sua própria concepção de Educação Matemática e as possibilidades que a modelagem traz dentro desta concepção.

A abordagem da Modelagem Matemática requer a compreensão do que este termo representa. Se alguém procurar no dicionário o significado da palavra modelagem, certamente encontrará algo relacionado com “processo de modelar”. E modelar está relacionado com “tornar algo como parâmetro”, “moldar”, “seguir um objeto ou situação específica que deverá ser reproduzida / imitada”. Por essa definição, pode-se entender que construir um modelo, significa determinar uma imagem específica que se queira reproduzir e copiá-la, criando assim outras imagens semelhantes à primeira (a palavra imagem indica aqui qualquer coisa, pessoa, situação, etc. que serve como exemplo a ser seguido). Essas descrições aproximam da noção de modelagem na comunidade de matemáticos aplicados e nas ciências exatas.

Segundo definições do dicionário Aurélio, a palavra “modelo” significa a representação em pequena escala de algo que se pretende reproduzir em grande; pessoa ou coisa que serve de exemplo ou norma. Partindo desta ótica, a modelagem pode ser entendida como o processo de construção do exemplar, que servirá para estudar determinada situação. Estendendo a ideia para a “modelagem matemática”, o ato de modelar – ou ato de construir o

modelo – pode ser entendido como o processo de selecionar estratégias e argumentos de um fenômeno e formalizá-los sob a forma de um sistema matemático que permita interpretar e organizar a natureza desse fenômeno.

Esta concepção é coerente com Bean (2001, p. 53), sobre o que entendia por modelagem matemática.

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento.

De acordo com Bean (2001), para requerer modelagem, o objeto ou o sistema a ser investigado não tem que ser muito complexo e as exigências das hipóteses e das aproximações simplificadoras para a criação do modelo é o que distingue Modelagem Matemática de outras aplicações de Matemática. Outras etapas que compõem o processo de modelagem como a identificação do problema, a resolução, a verificação da Matemática, a validação da solução e a decisão, são etapas que valem para qualquer tipo de resolução de problema que envolve Matemática. Patrocínio Jr (2004), está de acordo com Bean quando enfatiza o processo ou a atividade de modelar.

Não deve apenas limitar-se a chegar a um fim, que é a validação de um modelo [matemático], mas sim ater-se ao próprio processo, no qual se pode valer das possíveis discussões matemáticas que poderão surgir nesse entremeio, abrindo espaço para abordagem de conteúdos matemáticos trabalhados ou que possam ser discutidos a partir daí. (PATROCÍNIO JR, 2004, p.4).

Esta citação de Patrocínio Jr. coloca ênfase nos conhecimentos matemáticos. Araújo (2002), por sua vez, enfatiza o impacto de modelagem na sociedade e o *conhecimento reflexivo* (SKOVSMOSE, 2001). Sobre Modelagem Matemática, Araújo afirma que independentemente do contexto em que está presente, ela tem como um de seus objetivos a resolução de algum problema da realidade, por meio do uso de teorias e conceitos matemáticos, mas, ao ser levada à sala aula, sofre mudanças a partir das perspectivas dos envolvidos. Essas diferenças “se apresentam à medida que se define qual é o objetivo de resolver tal problema, qual é a realidade na qual o problema está inserido, como a matemática é concebida e se relaciona com essa realidade, etc.” (ARAÚJO, 2002, p. 20).

Segundo Bassanezi (2006), trabalhar com modelagem no ensino vai além da questão de ampliar conhecimento matemático, sobretudo, demanda estruturar a maneira de pensar e agir do aluno. Espera-se que, durante o processo de modelagem, educandos e professor

adquiram e desenvolvam o senso crítico, ou seja, uma forma de cidadania baseada no entendimento comum. É importante que o processo de pesquisa no ensino e aprendizagem seja formulado para dar experiência aos modeladores (no caso professor e alunos). De acordo com Bassanezi (2006), o aspecto do aprendizado é relevante, pois valoriza diversas maneiras de resolver problemas, que é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos. A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, em que "o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas nas quais o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado" (p.38).

Ao mencionar o debate teórico em torno da Modelagem Matemática, Barbosa (2001) assinala que em consonância com Fiorentini (1996), as experiências brasileiras com modelagem possuem forte viés antropológico, político e sociocultural, diferenciando-se dos trabalhos internacionais que geralmente não apresentam esta característica nos trabalhos de modelagem. Contudo aponta que existem várias formas de organização das atividades. De certa forma, as práticas escolares brasileiras de modelagem têm fortes influências teóricas dos parâmetros da Matemática Aplicada, em que o ato de modelar é apresentado em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos, podendo ser uma equação, um sistema de equações ou inequações algébricas, um gráfico, uma tabela, etc. Por outro lado, no contexto destas práticas escolares, existem também argumentos por uma perspectiva teórica que se aporte na prática de modelagem coerente com a educação matemática na acepção de Pires (2005) e faça dela um objeto de críticas⁶ sociopolítico-reflexivas. É nesta transição de base da prática do matemático aplicado à prática docente no campo de Educação Matemática que surgiram uma variedade de concepções de modelagem.

De acordo com Araújo (2002, p.16), no campo da Modelagem Matemática podem-se distinguir dois grandes grupos: "os que veem a Modelagem Matemática apenas como um método de trabalho para o matemático e os que veem tal processo também como um caminho para o ensino e aprendizagem de matemática". De acordo com Bean (2001), procedimentos da Matemática Aplicada foram transferidos para a Matemática Escolar em resposta às preocupações socioculturais e ao baixo desempenho de alunos em Matemática. Ao considerar

⁶ A palavra crítica (do grego kritiké) significa julgar, analisar. A crítica é uma avaliação que julga o mérito, a lógica de um raciocínio, a moralidade de uma conduta etc. Fonte: JAPIASSÚ, Hilton, Dicionário Básico de Filosofia, terceira edição revista e ampliada. Jorge Zahar Editor Rio de Janeiro 2001. Disponível em <http://pt.scribd.com/doc/6700769/Dicionario-Basico-de-Filosofia-Hilton-Japiassu-e-Danilo-des>.(acessado em 29/06/2011).

modelagem como a atividade de modelar, Bean (2001) concebe a modelagem como um tipo especial de trabalho do matemático aplicado que estudantes podem realizar em “grau” diferente. Embora não considere a modelagem como caminho, entende-se poder exercitar um papel tanto no ensino e na aprendizagem de matemática quanto numa educação voltada para questões sociais.

Para Jacobini e Wodewotzki (2006), no contexto educacional, quando o professor aplica a modelagem como estratégia pedagógica, uma de suas intenções é de ensinar Matemática. Nesse caso, professores e alunos podem trabalhar a construção de modelos para significar conceitos matemáticos.

Ao explorar as aplicações matemáticas no dia-a-dia, a construção de modelos e o relacionamento entre a matemática utilizada na modelagem e o conteúdo programático, o professor oferece ao aluno a oportunidade de conviver com conteúdos vivos, práticos, úteis com bastante significado. (JACOBINI e WODEWOTZKI, 2006, p. 73).

Segundo Jacobini e Wodewotzki (2006), a ação de ensinar e de aprender deve ser vista como sendo apenas uma das possibilidades oferecidas pela modelagem na sala de aula e não a única. Ao restringi-la a pretensões pedagógicas, o professor mantém seu olhar exclusivamente em conceitos matemáticos e “deixa de considerar outras oportunidades tanto para o crescimento intelectual do estudante como para a sua formação crítica enquanto cidadão presente em uma sociedade altamente tecnológica, globalizada e com forte presença da matemática” (p. 73). Dentre as oportunidades enfatizadas pelos autores destacam-se ações sociais e políticas possibilitadas pelo trabalho investigativo inerente à modelagem, com a expectativa de que despontem, em todos os atores participantes, novos olhares, quer sobre a matemática e o fato investigado quer sobre a realidade social que se encontra ao redor do ambiente educacional.

Desta forma, no âmbito educacional, existem objetivos educacionais, aprendizagem de Matemática e formação crítica, ganhando espaço em atividades que na Matemática Aplicada eram da construção de modelos. Os autores no parágrafo anterior apontam para as oportunidades oferecidas ao aluno quando a modelagem é aplicada como estratégia pedagógica. Ao mesmo tempo, outros autores, como Bean (2005), referem ao “fazer modelagem na sala de aula”, concebendo a modelagem como a atividade de modelar, ou seja, uma construção criativa da realidade. Bassanezi (2002, p.17) afirma que “a Modelagem Matemática em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva o usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”.

Ao conceberem modelagem aliada com métodos ou metodologias de ensino e aprendizagem, Biembengut e Hein (2003) propõem que atividades de modelagem devem partir de temas do cotidiano dos alunos. Afirmam que ao participarem de um trabalho com modelagem, no qual o conteúdo está vinculado à realidade, professores tornar-se-ão mais entusiastas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e perceberão mais facilmente o papel que lhes cabe na preparação do indivíduo para atuar no meio circundante. A menção de que um trabalho com Modelagem Matemática deve partir de temas que façam parte da vivência dos alunos é também defendida por outros estudiosos da comunidade brasileira de educadores matemáticos (JACOBINI 2004, BARBOSA, 2004, BURAK, 2008, MALHEIROS, 2004, HERMINIO, 2006).

Diversos autores têm defendido a necessidade de professores desenvolverem intervenções em suas salas de aula por meio da inclusão da Modelagem Matemática nas propostas de ensino e experimentarem como o contexto de sua sala de aula reage a esta ação, desenvolvendo seus conhecimentos práticos sobre a modelagem. À luz dos referenciais analisados até aqui, pode-se dizer que uma das dificuldades para intervenções deste tipo (por meio da Modelagem Matemática) é que existem concepções diferentes sobre os objetivos e a forma de conduzir este trabalho, ou seja, existem concepções diferentes sobre a Modelagem Matemática. De forma geral elas podem ser enquadradas em duas categorias amplas: (1) Modelagem Matemática compatível com as raízes da Matemática Aplicada em que a construção de modelos está enfatizada e (2) Modelagem Matemática compatível com métodos e metodologias de ensino, ou seja, à prática pedagógica.

Não é por acaso que no debate sobre Modelagem Matemática no cenário nacional, uma pergunta é recorrente entre estudiosos e educadores matemáticos: “O que é Modelagem Matemática?” A Modelagem Matemática como tendência para a Educação Matemática originou-se de inquietudes comuns de um grupo de pesquisadores ligados à Matemática Aplicada preocupados com o ensino de Matemática. Ao longo de mais de três décadas conquistou muitos adeptos na comunidade brasileira de educadores matemáticos que buscaram, ou melhor, buscaram uma identidade para este campo, construindo suas concepções em consonância com suas experiências, inquietudes e objetivos educacionais. Sabe-se que a Modelagem Matemática é construção social, cultural e condicionada por valores pessoais, sociais e experimentais, como qualquer outro ramo do conhecimento científico. De forma geral, educadores que a promovem afirmam que ela tem propósitos de desenvolver linguagens e modos de pensar que facilitam a compreensão do mundo físico e social em que vivemos,

assim como disponibilizar um artifício socialmente valioso para o contexto da Educação Matemática.

Na impossibilidade de levar em consideração todas as concepções de Modelagem Matemática que fazem parte do movimento da Modelagem Matemática, este estudo destaca a concepção de quatro autores da comunidade brasileira de educadores matemáticos: Prof.^a Maria Salett Biembengut, Prof. Jonei Cerqueira Barbosa, Prof. Dionísio Burak, Prof. Dale William Bean. Os participantes foram escolhidos por meio dos seguintes critérios:

- 1) Ter uma concepção de Modelagem Matemática assumida na comunidade de educadores matemáticos;
- 2) Ter aspectos de sua concepção que a diferencia das concepções dos outros estudiosos escolhidos;
- 3) Ter trabalhos voltados para o Ensino Fundamental ou Ensino Médio e / ou ter orientado e / ou estar orientando trabalhos voltados para estes níveis de ensino;
- 4) Estar atuando com Modelagem Matemática no momento atual.

Sobre os critérios de escolha, esclarece-se que estes foram adotados mediante objetivos da pesquisa e interesses do público-alvo para o qual o produto final será voltado. As pesquisas teórico-bibliográficas sobre a temática, discussões reflexivas e interpretativas sobre a Modelagem Matemática, suas raízes, suas concepções e contribuições para o ensino e aprendizagem foram fundamentais para que os critérios fossem elaborados. Os participantes selecionados podem ser inseridos nas duas características categorizadas anteriormente. A saber:

- (1) Modelagem Matemática compatível com as raízes da Matemática Aplicada em que a construção de modelos está enfatizada: Biembengut, Bean.
- (2) Modelagem Matemática compatível com métodos e metodologias de ensino, ou seja, à prática pedagógica: Biembengut, Burak, Barbosa.

1.5 Quatro estudiosos da modelagem matemática

A seguir, apresenta-se uma breve descrição do perfil de cada participante, cuja escolha foi pautada em critérios definidos anteriormente, em harmonia com os objetivos da pesquisa. Também uma síntese das concepções de Modelagem Matemática destes estudiosos cujos trabalhos estarão elaborados mais adiante no capítulo 3.

1.5.1 *Maria Salett Biembengut*

Maria Salett Biembengut⁷ possui graduação em Ciências Físicas e Biológicas com habilitação em Matemática pela Faculdade de Ciências e Letras de Mogi Mirim (1980) e Graduação em Pedagogia pela Faculdade Plínio Augusto do Amaral (1985). Possui Especialização em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1987), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1990), doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina (1997). Fez pós-doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo (2003) e também pela University of New México (USA). A autora se dedica à pesquisa em Educação Matemática em especial em Modelagem Matemática desde 1986. Neste tempo publicou diversos artigos em periódicos especializados e em anais de eventos, 5 livros e 12 capítulos de livros. Orientou várias dissertações de mestrado, monografias e iniciações científicas nas áreas de Educação e Educação Matemática. Foi presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, no período de 1992 a 1995. Na Universidade Regional de Blumenau FURB atuou de 1990 a 2010 no Departamento de Matemática e nos Programas de Pós-graduação em Educação e em Ensino de Ciências e Matemática; aposentou-se em fevereiro de 2010 e passou a atuar como professora voluntária. Desde agosto de 2010, na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul PUCRS atua na Faculdade de Matemática e no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. É idealizadora e fundadora do Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino - CREMM. Biembengut possui uma concepção de Modelagem Matemática explicitamente assumida no

⁷ Fonte: Currículo do Sistema de Currículo Lattes da autora. Acessado em 10/ 07/ 2011

meio acadêmico e é hoje referência nacional e internacional na área. Os trabalhos, tanto como pesquisadora e escritora, quanto de orientadora de trabalhos acadêmicos, são direcionados aos três níveis do ensino: Fundamental, Médio e Superior.

De acordo com Biembengut (2006), a Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo matemático, que por sua vez é um conjunto de símbolos e relações que traduzem ou representam alguma coisa ou fenômeno em questão. A concepção de Biembengut parte da Matemática Aplicada por influência de Bassanezi, orientador de sua dissertação de Mestrado. A autora sugere um processo para modelagem em etapas e sub-etapas, em termos de ensino e aprendizagem de matemática e defende a ideia de que objetivos são distintos entre a modelagem da matemática aplicada e a modelagem com fins educacionais.

1.5.2 Dionísio Burak

Dionísio Burak⁸ possui graduação em Matemática pela Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava, hoje Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO (1973) e especialização em Cálculo Avançado pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (1976). Fez mestrado em Educação Matemática, área de concentração em Ensino da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos da Educação, pela Universidade Estadual de São Paulo/Rio Claro (1987) e doutorado em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (1992). A principal área de atuação é Educação Matemática com foco em Modelagem Matemática. Dionísio Burak é professor do Departamento de Matemática da UNICENTRO e constitui o corpo docente do Programa de Mestrado em Educação, na Linha de Pesquisa Ensino-Aprendizagem. É líder do Grupo de Pesquisa e Ensino em Educação Matemática da UNICENTRO e Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Desenvolveu tanto a pesquisa de mestrado quanto a tese de doutorado na área de Modelagem Matemática voltada para formação continuada de professores de Matemática dos ensinos Fundamental e Médio e tem diversos trabalhos publicados na área.

⁸ Fonte: Currículo do Sistema de Currículo Lattes do autor. Acessado em 10/ 07/ 2011

A concepção que Burak (1992) defende é um processo de modelagem seguindo etapas características da Matemática Aplicada, mas sem enfatizar a necessidade de construir um modelo. Parte da Matemática Aplicada, por influência de Bassanezi, seu orientador de Mestrado. Transita na construção de modelos em cursos para formação continuada de professores de Matemática dos ensinos Fundamental e Médio e destaca a importância de os alunos escolherem o tema gerador a ser investigado nas atividades de modelagem, levantando questões e problemas para ser abordados com a Matemática. Concebe Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino.

1.5.3 Jonei Cerqueira Barbosa

Jonei Cerqueira Barbosa⁹ possui graduação em Matemática pela Universidade Católica do Salvador (1997), doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2001) e estágio pós-doutoral na London South Bank University (2008). É professor do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia. Atua no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências e no Programa de Pós-Graduação em Educação, ambos da UFBA. É membro do Núcleo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática – NUPEMM (UEFS, Feira de Santana – BA). É pesquisador na área de Educação Matemática, com ênfase em Modelagem Matemática e atua principalmente na análise das práticas dos alunos e dos professores no ambiente de Modelagem Matemática. É membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) desde 1994, onde atualmente compõe a Comissão Editorial. Também integra o Comitê Executivo do ICTMA (The International Study Group for Mathematical Modelling and Applications), grupo filiado ao ICMI (International Commission on Mathematical Instruction).

Segundo a concepção de Barbosa (2007, 2008), a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000), que tem como proposta convidar os alunos a investigarem por meio da Matemática, situações com referência na realidade. A concepção de Barbosa parte da Matemática Aplicada, influenciado por Bassanezi, seu orientador no início do doutorado, e co-orientador ao final do doutorado. O autor transita em

⁹ Fonte: Currículo do Sistema de Currículo Lattes do autor. Acessado em 10/ 07/ 2011.

experiências de sala de aula que questiona a certeza da Matemática e consolida uma vertente que fundamenta sua concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática Crítica de Skovsmose¹⁰.

1.5.4 Dale William Bean

Dale William Bean¹¹ possui Graduação em História - Washington State University (1977) com Licenciaturas em Matemática e Ciências Sociais. Mestrado Profissional em Educação Matemática - Portland State University (1995) e Doutorado em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (2004) na área de Educação Matemática. Possui experiência como professor de Matemática no Ensino Médio e no Ensino Superior. É coordenador do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto e também professor do Mestrado Profissional em Educação Matemática. As áreas de estudo e pesquisa são: Modelagem Matemática no âmbito educacional; Informática no âmbito educacional - com foco em Educação Matemática; Ensino e aprendizagem; Pragmatismo. É orientador da presente pesquisa.

De acordo com a concepção de Bean (2009), a modelagem é a atividade de criar construtos conceituais. Bean também parte da Matemática Aplicada com influência de Bassanezi quando fazendo doutorado. O autor concebe *modelagem*, sem o adjetivo *matemática*, como uma atividade humana em suas atividades distintas e se manifesta em literatura, sociologia, artes, entre outras áreas.

1.6 Modelagem Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática

O foco da modelagem, neste estudo, está direcionado para os interesses da sala de aula. Assim, parece razoável destacar aspectos em que os PCN apresentam consenso com a

¹⁰ Ole Skovsmose é um dos principais responsáveis por divulgar o movimento da “educação matemática crítica”. É autor dos livros Educação matemática crítica: a questão da democracia (2001) e Desafios da reflexão em educação matemática crítica (2008), ambos publicados em Português pela editora Papyrus, e do livro Educação Crítica – incerteza, matemática, responsabilidade (2007) pela editora Cortez e Diálogo e aprendizagem em educação matemática (2006) em parceria com Helle Alroe publicado pela editora Autêntica.

¹¹ Fonte: Currículo do Sistema de Currículo Lattes do autor. Acessado em 10/ 07/ 2011.

área da Modelagem Matemática e indicar questões que geram reflexões no meio em que se vive. De acordo com Araújo (2000), a modelagem busca explicações para fenômenos sociais e naturais de outras áreas do conhecimento. Da mesma maneira, a proposta do ensino de Matemática dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática estabelece como um de seus objetivos principais, a adequação do trabalho escolar a diversos campos da atividade humana.

Para mostrar pontos em que a Modelagem Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam consonância, esta pesquisa aponta alguns de seus princípios guias correlacionados com objetivos da Modelagem Matemática na sala de aula segundo alguns de seus defensores:

(1) Segundo os PCN, a Matemática é importante na medida em que a sociedade necessita e se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, que são essenciais para a inserção das pessoas como cidadãos no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais; por sua vez há uma “solicitação natural pelo uso de computadores e/ou calculadoras quando se está desenvolvendo algum trabalho de Modelagem Matemática, e essa naturalidade já era apontada no contexto externo à Educação Matemática” (ARAÚJO, 2002, p. 43-44).

(2) Segundo os PCN, a atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade; em relação à Modelagem Matemática, Caldeira (2004) afirma tratar-se de uma oportunidade que oferece aos professores e aos alunos condições para questionarem e entenderem a realidade. .

(3) De acordo com os PCN, o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, dedução, analogia, estimativa. Em consonância com Biembengut e Hein (2007), os objetivos da Modelagem Matemática como estratégia de ensino são: enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade.

Uma característica fortemente observada nos princípios norteadores pautados nos PCN é que a Matemática deve ter um aspecto de propiciar inserção social e política, o que certamente conduzirá a uma maior aplicabilidade dos conceitos aprendidos. É preciso uma prática de ensino e aprendizagem que assegure a aprendizagem dos conceitos matemáticos, valorize o espírito de investigação, a formulação de conjecturas e a argumentação. Parece ser consenso entre os estudiosos que a Modelagem Matemática traz benefícios para a sala de aula de Matemática nestes aspectos

Não é intenção defender a ideia de que a Modelagem Matemática é a única maneira para trabalhar Matemática na perspectiva da Educação Matemática que assegure a aprendizagem dos conceitos matemáticos, a inserção social e política. Em consonância com essas considerações, este estudo aponta para a importância de designar atenção à abordagem de modelagem e modelos matemáticos no currículo escolar, como uma maneira de desenvolver a competência crítica.

O capítulo seguinte traz os passos seguidos para esta investigação, delineando aquilo que se quer saber, além dos métodos e procedimentos para coleta e análise de informações, para situar o presente estudo e interpretações apresentadas.

2 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

Mestre é aquele que às vezes para, para aprender (Guimarães Rosa)

Pesquisar não se resume a listar uma série de procedimentos destinados à realização de uma coleta de dados, que, por sua vez, serão analisados por meio de um quadro teórico estabelecido antecipadamente para responder a uma determinada pergunta. Existem fundamentos que, articulados, constituem a alma da pesquisa (ARAÚJO & BORBA, 2004, p.43).

Segundo Duarte (2002), uma pesquisa científica é de certa forma um relato de longa viagem empreendida por um sujeito (pesquisador) cujo olhar vasculha lugares muitas vezes já visitados. Neste sentido uma pesquisa não é absolutamente original, mas "um modo diferente de olhar e pensar determinada realidade a partir de uma experiência e de uma apropriação do conhecimento que são, aí sim, bastante pessoais" (DUARTE, 2002, p. 140). A questão norteadora desta pesquisa, assim como os objetivos, leva à necessidade de refletir sobre o encaminhamento metodológico a ser adotado neste trabalho. Em concordância com Duarte (2002), tão importante como o relato final de uma pesquisa o pesquisador precisa descrever o objeto e a opção metodológica que constitui um processo de investigação. A presente pesquisa se enquadra como uma pesquisa qualitativa e foi realizada em seis etapas que seguiram a seguinte ordem:

- 1) Revisão bibliográfica geral sobre Modelagem Matemática.
- 2) Revisão bibliográfica referente aos trabalhos dos quatro estudiosos participantes da pesquisa.
- 3) Primeira análise das concepções dos quatro estudiosos.
- 4) Formulação e aplicação de questionários para os quatro estudiosos.
- 5) Segunda análise das concepções dos quatro estudiosos.
- 6) Interpretações e considerações globais voltadas à elaboração do texto documental.

Ao escolher entre uma pesquisa qualitativa e uma pesquisa quantitativa, é preciso entender que uma não substitui a outra, elas se complementam, embora se difiram quanto à forma e a ênfase.

O adjetivo “qualitativa” está adequado às pesquisas que reconhecem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não conseguem se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. Aceitar esses pressupostos é reconhecer, em última instância, que mesmo eles podem ser radicalmente reconfigurados à luz do desenvolvimento das pesquisas (GARNICA, 2004, p. 86).

A pesquisa qualitativa busca percepções e entendimento sobre a natureza geral de uma questão, abrindo espaço para a interpretação dos pesquisadores. Para Günther (2006), numa pesquisa qualitativa, o pesquisador dificilmente exclui o interesse em compreender as relações complexas do objeto estudado e a preferência por material textual é uma legítima opção de procedimento para esse tipo de análise.

2.1 Revisão bibliográfica geral

A revisão bibliográfica geral, cuja descrição encontra-se no capítulo 1, foi realizada a partir da revisão de livros, artigos, textos, teses, dissertações, dentre outros, relacionados à Modelagem Matemática. Forneceu informações como os principais precursores da Modelagem Matemática no Brasil, as raízes da Modelagem Matemática no âmbito da Matemática Aplicada, algumas concepções de Modelagem Matemática que permeiam as ideias e os trabalhos de alguns pesquisadores que integram a comunidade brasileira de educadores matemáticos.

Inicialmente o estudo partiu da busca por uma resposta em torno da pergunta geratriz “Que concepções de Modelagem Matemática existem na comunidade brasileira de educadores matemáticos e que subsídios essas concepções oferecem à Educação Matemática?”. Ao delimitar a questão norteadora, pelo menos quatro elementos destacam-se como fundamentais em sua constituição: (a) concepções de modelagem, (b) educadores e pesquisadores matemáticos que integram a comunidade brasileira e investigam modelagem, (c) ensino e

aprendizagem de Matemática e (d) subsídios da modelagem para a Educação Matemática. A princípio pode dar a impressão de tratar-se de um conjunto de perguntas desencadeadoras, mas não há a intenção de fragmentar este estudo em quatro subperguntas. Ressalta-se, porém, que de forma explícita ou implícita todos estes elementos compõem o objeto de estudo e serão abordados e destacados nos relatos desta investigação. Como afirma Araújo (2002), para abordar a pergunta diretriz é necessário compreender os vários elementos que a constituem.

Assim, para aguçar a importância dessa tendência da Matemática e mostrar alguns pontos diferentes e circunstanciais percebidos da literatura, foi necessário o refinamento da questão norteadora e delimitação de seleção de estudiosos e suas concepções de modelagem para pesquisa bibliográfica. Diante dessa necessidade de compreensão dos quatro elementos mensurados, além da seleção dos quatro estudiosos conforme critérios delineados no capítulo 1 - Biembengut, Burak, Barbosa e Bean - adotou-se para o estudo as questões: O que é Modelagem Matemática? O que é modelo matemático? Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula? Quais são os objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula? Estes questionamentos entram na análise durante a leitura/revisão para síntese descritiva das concepções dos participantes.

2.2 Revisão bibliográfica referente aos trabalhos dos quatro participantes

O estudo de trabalhos desenvolvidos por outros pesquisadores (ver capítulo 1) permite afirmar que os procedimentos utilizados nas pesquisas em Modelagem Matemática podem ser sistematizados em alguns “andamentos” de ação. A configuração é maleável porque as concepções sobre a Modelagem Matemática dependem de outros fatores, como o estilo de cada pesquisador, suas experiências acadêmicas e profissionais e suas concepções sobre a própria Matemática. A escolha dos quatro participantes desta dissertação – Biembengut, Burak, Barbosa e Bean – levou em conta esses fatores ao julgá-los significativos para o tema e os interesses dessa pesquisa.

Esta seção focou sua atenção na coleta de informações e análise de trabalhos escritos destes quatro estudiosos, visando descrever e compreender as características contidas em suas concepções sobre a Modelagem Matemática, dentro de quatro categorias, conforme explicitadas anteriormente (ver seção 2.1).

Ao começar as buscas pelos trabalhos escritos dos quatro autores, de imediato não foi adotado nenhum critério para escolha de trabalhos específicos e as leituras foram acontecendo aleatoriamente, mesclando entre um autor e outro. O primeiro juízo era que se as leituras fossem feitas simultaneamente para todos os autores as diferenças entre as características de suas concepções fossem aparecendo na leitura. Esta postura foi importante num primeiro instante para apreciações gerais das contribuições dessas pessoas para a Modelagem Matemática. Mas, diante dos objetivos de identificar e apreciar as características singulares de cada autor, nem sempre as respostas eram perceptíveis.

Os currículos Lattes dos pesquisadores foram então consultados para o conhecimento de quantas e quais publicações relacionadas à temática da Modelagem Matemática teriam que ser analisados de cada um desses autores e a partir daí selecionar todos os trabalhos para análise separadamente. Novamente esse foi um caminho confiável somente até certo ponto. Afinal, nem todos os trabalhos publicados por estas pessoas foram passíveis de encontrar.

Não obstante, pelo grande número de trabalhos publicados por estes estudiosos, ler e analisar todas as suas publicações seria algo incompatível com o tempo disponível para a conclusão do trabalho final de uma dissertação de mestrado. Foi preciso então estabelecer outros critérios para a escolha dos trabalhos. De imediato ficou decidido que todas as teses e dissertações produzidas por qualquer um dos quatro estudiosos deveriam estar entre os trabalhos selecionados.

O primeiro passo foi fazer um fichamento das teses e dissertações procurando estabelecer relações com a pergunta diretriz da presente dissertação. As cinco produções que fazem parte deste acervo são:

(1) BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1o e 2o graus*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Brasil, 1990 (Dissertação de Mestrado).

(2) BIEMBENGUT, M. S. *Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular*, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Brasil, 1997 (Tese de Doutorado).

(3) BARBOSA, J. C., *Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores*, (Tese de Doutorado) – UNESP - Rio Claro, 2001.

(4) BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.

(5) BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.

Não consta no acervo a dissertação de Barbosa porque o autor não chegou a realizar o mestrado, indo direto para o doutorado. Também não constam dissertação nem tese de Bean, porque ele passou a dedicar-se ao estudo da Modelagem Matemática paralelamente com estudos do doutorado.

Critério de escolha x finalidade dos critérios	
Critério de escolha	Finalidade dos critérios
O trabalho estar voltado para o debate do que vem a ser Modelagem Matemática	Buscar respostas para as perguntas: “O que é Modelagem Matemática?” e “O que é modelo matemático?”.
O trabalho estar voltado para experiências relacionadas com a prática de ensino e aprendizagem	Buscar respostas para as perguntas: “Como se faz Modelagem Matemática?” e “Por que fazer Modelagem Matemática na sala de aula?”

Quadro 1: critérios de escolha dos participantes

Fonte: Elaborado pela autora

Feito o fichamento das teses e dissertações, o próximo passo foi selecionar entre os artigos, ensaios, livros e outros tipos de publicações dos autores, quais deveriam compor os dados para análise. Por esta dissertação ter como foco “concepções de Modelagem Matemática de participantes da comunidade brasileira de educadores matemáticos”, foi dado prioridade para as publicações em Português. O que não significa dizer que publicações em outro idioma não sejam importantes, e que não devessem ler lidas, mas por uma questão de foco, essas não foram consideradas para análise no caso deste trabalho. Dentre as publicações em Português, ainda era preciso estabelecer outros critérios que facilitassem a coleta de

informações e descrição das interpretações segundo a visão de pesquisadores e professores. Dois critérios foram levados em consideração neste momento, segundo o quadro 1.

Esta organização foi importante para selecionar e classificar os documentos que trouxessem respostas para os questionamentos levantados em prol do entendimento do papel da Modelagem Matemática na ótica dos estudiosos. Em leituras anteriores (sem critérios específicos) foi verificado que o movimento da Modelagem Matemática, de tempos em tempos, incorpora componentes novos, que visam consolidá-lo como campo científico, bem como fornecer instrumentos metodológicos que possam ser utilizados pelo professor de Matemática em suas salas de aula. Da mesma maneira que os primeiros documentos (teses e dissertações), os novos documentos foram também fichados de forma que estabelecessem relações com a pergunta diretriz. Na sequência todos os documentos foram catalogados em ordem crescente segundo as datas de publicações, como mostram os quadros 2, 3, 4 e 5.

A organização cronológica teve como princípio observar o processo de construção da concepção de Modelagem Matemática admitida pelos estudiosos, bem como verificar se houve mudança na concepção do autor ao longo dos anos. Ao partir da perspectiva de que as concepções se formam por influências de experiências pessoais e coletivas, era, pois, de se esperar que os estudiosos apresentassem alguns pontos conceituais diferentes em momentos diferentes de suas pesquisas.

Ano	Publicações analisadas
1990	BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1o e 2o graus , Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Brasil, 1990 (Dissertação de Mestrado)
1997	(2) BIEMBENGUT, M. S. Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular , Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Brasil, 1997 (Tese de Doutorado).
2003	BIEMBENGUT, M. S, HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino . 3 ^a ed. – São Paulo. ed. Contexto, 2003. 128 p.
	BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática . Tese de Pós - Doutorado, USP, São Paulo - SP, 2003.
2004	BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-

	Aprendizagem de Matemática. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004. v. 1. 134 p.
2005	BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro. Projeto de Iniciação Científica – Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico Científico – CNPq, 2005.
2006	BIEMBENGUT, M. S. História da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro. 2006. (palestra). Disponível no site: http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Historia-da-Modelagem-Matematica.pdf (acesso em 25/ 08/ 2010)
2007	BIEMBENGUT, M. S. HEIN, Nelson. Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. L. (Org.) Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais. São Paulo: SBEM. 2007 v.3, p. 33-47.
	BIEMBENGUT, M. S.; MARTINS, R. Mapeamento dos programas curriculares de Modelagem Matemática dos Cursos de Formação de Educadores de Matemática (licenciaturas) do Brasil. Relatório Parcial de Iniciação Científica. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC/FURB, 2007.
	BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro. Relatório de Iniciação Científica - Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico Científico – CNPq, 2007.
2008	BIEMBENGUT, M. S., DOROW, K. C. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. In: Dynamis revista tecno-científica ISSN-1982-4866 (jan-mar/2008) n.14, vol.1, 54-61. disponível em: http://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/viewFile/651/573 (acesso em 30/10/ 2010).
2009	BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, p. 7-32, 2009
	BIEMBENGUT, M. S., FARIA, T. M. B. Modelagem Matemática na Formação De Professores: Possibilidades e Limitações. IN: IX Congresso Nacional de Educação- Educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia, 26 a 29 de outubro de 2009, PUCPR, p. 96- 109.
	BIEMBENGUT, M. S., SCHIMITT, A. L. F., Mapeamento das Produções Acadêmicas de Modelagem Matemática no Ensino de Autores Brasileiros. In: IX Congresso Educacional de educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia (26 a 29 de outubro de 2009) –PUCPR. Disponível in: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3022_1552.pdf (acesso em 15/ 07/ 2010)
2010	BIEMBENGUT, M. S., VIEIRA, E. M., FAVERE, J. Considerações

	Históricas Sobre a Modelagem Matemática no Brasil. In Anais do III Congresso Nacional do Ensino da Matemática. Canoas, 2005.
	BIEMBENGUT, M.; LOSS, G. S. Interação do professor com a modelagem matemática. In: X Encontro nacional de educação matemática, 2010, Salvador. Anais do X ENEM, 2010. Disponível em http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes . Acesso em 01/ 06/ 2010.
	BIEMBENGUT, HEIN, N., M.; LOSS, G. S. Modelagem matemática no ensino de matemática na Engenharia, 2010. P. 234-233. Disponível em http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes/21GABRIELSCHNEIDERLOSS.pdf Acesso em 01/ 06/ 2010.

Quadro 2: Publicações de Biembengut analisadas na pesquisa
Fonte: Pesquisadora, 2010-2011

Ano	Publicações analisadas
1987	BURAK, D. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.
1992	BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.
1998	BURAK, D. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. Pró-Mat. – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010
2004	BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: Anais I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM. 2004, Londrina: UEL. 1CD – ROM. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010.
	ABDANUR, P.; BARBIERI, D. D.; BURAK, D.; Modelagem Matemática; Ações e interações no Desenvolvimento de um tema. In: I EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2004, Londrina. Anais do I EPREM. Londrina : UEL, 2004.
2005	BURAK, D. . Modelagem Matemática: experiências vividas. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana - BA. UEFS, 2005. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010.

	<p>BURAK, D. ; BARBIERI, D. D. Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana: UEFS, 2005. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
	<p>KLUBER, T. E. ; BURAK, D. . Modelagem Matemática: uma experiência concreta. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana - BA : UEFS, 2005.</p>
2006	<p>BURAK, D. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. p. 1-9. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
2007	<p>BURAK, D; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma trajetória. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais do IX ENEM. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p 1-19. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
	<p>KLÜBER, T. E; BURAK, D. Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais do IX ENEM. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p 1-19. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
2008	<p>KLUBER, T. E., BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: Contribuições Teóricas, IN: Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
2009	<p>BURAK, D. . Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM -Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática., 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004. Disponível em http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html . Acesso em 30/ 05/ 2010</p>
2010	<p>BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. In: Revista de Modelagem na Educação Matemática. 2010, Vol. 1, No. 1, 1. P. 10-27</p>

Quadro 3: Publicações de Burak analisadas na pesquisa
Fonte: Pesquisadora, 2010-2011

Ano	Publicações analisadas
1999	BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? Zetetiké, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999
2001	BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. Bolema - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001 ^a
	Barbosa, J. C. Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores. UNESP. Rio Claro, 2001 (Tese de doutorado)
	BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual DA ANPED, 24., 2001c, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
2002	BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os futuros professores. In: Reunião Anual DA ANPED, 25, 2002, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD-ROM.
2003	BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003a.
	BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 3., 2003, Piracicaba. Anais... Piracicaba: UNIMEP, 2003b. 1 CD-ROM.
	BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. Anais... São Paulo: SBEM, 2003d. 1 CD-ROM
2004	BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004a. 1 CD-ROM
	BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004b. 1 CD-ROM.
	BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? Veritati, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004c
	BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática em cursos para não-matemáticos. In: CURY, H. N. (Org.). Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos e propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004d. p. 63-83.
2005	ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade? Bolema - Boletim de Educação

	Matemática, Rio Claro, v. 23, p. 79-95, 2005.
2006	BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3., 2006a, Águas de Lindóia. Anais... Recife: SBEM, 2006. 1 CD-ROM.
2007	BARBOSA, J. C. Sobre a pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007d. 1 CD-ROM, p. 82-103.
	BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007e. p.161-174.
2008	BARBOSA, C. I. de C.; OLIVEIRA, M. L. C. Modelagem matemática: como o conhecimento prévio dos alunos interfere na construção do modelo matemático. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2008, Guarapuava. Anais... Guarapuava: UNICENTRO, 2008a. 1 CD-ROM. Disponível em Disponível em Disponível em http://sites.uol.com.br/joneicb . Acesso em: 10/ 05/ 2010
	BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008c. Disponível em: http://www.ulbra.br/actascientiae/edicoesanteriores/Acta_Scientiae_v.10_n.1_2008.pdf (Acesso em 01/ 08/ 2010).
2009	BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. In: ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.69-85, jul. 2009a. ISSN 1982-5153

Quadro 4: Publicações de Barbosa analisadas na pesquisa

Fonte: Pesquisadora, 2010-2011

Ano	Publicações Analisadas
1998	BEAN, D. W. Modelagem Matemática na Cinemática: A Curva de regressão em Busca da Velocidade Instantânea. In: Encontro Nacional de Educação Matemática 6., 1998. Anais..., São Leopoldo, UNISINOS. 1998. p. 221-222
2001	BEAN, D. W. O que é modelagem matemática? Educação matemática em Revista, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, abr, 2001.
2003	

	BEAN, D. W. Modelagem na Perspectiva do Pensamento. In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, 3., 2003. Anais... Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM.
2004	BEAN, D. W. Modelagem na Linguagem Fractal. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. 2004. Anais... Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2004. 1 CD-ROM.
2005	BEAN, D. Realidade como interação com o mundo. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 4, Feira de Santana – BA. Anais... Universidade Estadual de Feira de Santana – Feira de Santana, 2005. 10 p.
2007	BEAN, D. Uma Mudança na Base Conceitual. In: 2007. Conferência Nacional Anais... Ouro Preto: UFOP, 2007. p.35-58. 1 CD-ROM.
2009	BEAN, D. W. Práticas Culturais e Modelos Matemáticos. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 6., 2009. Anais... Londrina, novembro 2009b,
	BEAN, D. W. Modelagem: uma conceitualização criativa da realidade. In: Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4., 2009, Ouro Preto 4, Ouro Preto – MG. Anais... Universidade Federal de Ouro Preto – Ouro Preto, abril 2009b. p. 90-104.

Quadro 5: Publicações de Bean analisadas na pesquisa
 Fonte: Pesquisadora, 2010-2011

Após a categorização das publicações dos autores, fez-se necessária nova revisão desses trabalhos e a elaboração de uma síntese descritiva dos escritos de cada um dos quatro estudiosos selecionados (ver capítulo 3). Ressalta-se que a escrita do texto aconteceu priorizando as ideias temáticas e não em ordem cronológica como aconteceu na fase de categorização das publicações.

2.3 Formulação e aplicação de questionários para os quatro participantes

Esta etapa consta de uma pesquisa realizada após a pesquisa documental por meio de questionários abertos aplicados aos mesmos pesquisadores/estudiosos que fazem parte da pesquisa documental. A finalidade é buscar informações adicionais às obtidas na revisão bibliográfica referentes às suas concepções sobre Modelagem Matemática em torno das

questões-chave. Após sínteses das publicações e busca das interpretações das ideias dos autores, verificou-se que ainda faltavam informações para a categorização das concepções de cada autor, ora porque os questionamentos não foram esclarecidos durante a revisão bibliográfica, ora por acreditar que pudesse haver mudanças nas concepções dos autores a respeito de alguns aspectos.

Assim, as questões que compõem o questionário foram elaboradas de forma a sanar dúvidas e/ou corroborar as interpretações a partir de suas publicações a respeito de Modelagem Matemática com fins educacionais. Como as dúvidas não eram necessariamente as mesmas em relação a todos os participantes, as questões que compõem os questionários também não são necessariamente iguais. Para indagações diferentes, questionamentos diferentes (ver apêndices 2, 3, 4 e 5).

Foi decidido pelo questionário aberto por acreditar que ele tem abrangência maior em prol dos interesses desta pesquisa, por ser um instrumento que permite aos pesquisadores maior obtenção de informações específicas por parte de seus colaboradores. Outra vantagem deste instrumento de coleta de dados é o fato de que, se os estudiosos têm concepções diferenciadas, então podem ter também interesses diferenciados e pode acontecer de uma pergunta ser relevante para um participante e não ter necessariamente a mesma importância para o outro. Além disso, este tipo de questionário proporciona respostas de maior profundidade, ou seja, oferece ao participante uma maior liberdade de resposta ele próprio.

Para a aplicação dos questionários foram utilizados correio eletrônico e telefone. O convite para responder ao questionário foi feito a cada participante via e-mail, que incluiu além do convite uma carta de esclarecimento (apêndice 1), em que os pesquisadores (mestranda e orientador) ressaltaram a relevância e seriedade com que a pesquisa seria realizada. Com as respostas aos questionários, questões que ainda não estavam explícitas foram levantadas, confirmadas, esclarecidas, analisadas e interpretadas em torno do questionamento da temática e das concepções de modelagem que permeiam as ideias dos estudiosos do ponto de vista da Educação Matemática.

2.4 Análise das concepções dos quatro estudiosos

As informações fornecidas pelos participantes colaboradores, tanto por meio de seus escritos – publicados ao longo de suas atuações com a Modelagem Matemática – tanto por

meio dos questionários abertos, foram analisadas, interpretadas e descritas à luz das ideias e concepções dos estudiosos. Segundo Alves-Mazzotti (1998, p.131), “a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição ‘compreensiva’ ou ‘interpretativa’, em que se pretende entender de que forma as pessoas em um contexto particular, pensam e agem”. Assim não se trata de enumerar e/ou medir os eventos estudados, nem empregar instrumental estatístico na análise dos dados. A análise é parte de questões e interesses amplos, que foram definidas à medida que o estudo acontecia à luz das reflexões feitas pelos quatro pesquisadores participantes: Biembengut, Burak, Barbosa e Bean.

2.5 Elaboração do documentário textual

Esta etapa é dedicada à consolidação de um relatório final (materializado num documentário textual) cujo público alvo é formado por professores de Matemática. Apesar de ser parte integrante desta pesquisa, o documentário resulta num produto educacional apresentado à parte. Trata-se de uma descrição em caráter de estudo qualitativo, o que segundo Bicudo (2004, p. 104), “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões”. Espera-se que as informações compartilhadas por meio deste documentário sejam passíveis de estudos e apreciações reflexivas na prática de outros educadores que também acreditam que a Modelagem Matemática possa auxiliá-los em suas aulas de Matemática.

Intitulado *Modelagem Matemática: Quatro maneiras de compreendê-la*, o documentário apresenta uma compreensão geral da Modelagem Matemática para fins educacionais em consonância com as concepções dos quatro pesquisadores participantes desta pesquisa. O texto também traz alguns exemplos e considerações sobre a prática de fazer modelagem matemática na sala de aula e um pequeno histórico, em forma de apêndice, dos quatro autores referenciados.

3 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO PUBLICAÇÕES DOS PARTICIPANTES

Como delineado no capítulo 2, os quatro autores/participantes deste estudo foram escolhidos segundo critérios significativos para a pesquisa aqui em discussão. Este capítulo é destinado à apresentação de suas concepções de Modelagem Matemática segundo o que pode ser recortado de trabalhos publicados por esses estudiosos, como subentendido na seção 2.2.

Do ponto de vista geral, concepção significa ato de conceber ou ser concebido, geração, faculdade de compreender as coisas, percepção, fantasia, imaginação, criação ou imagem de uma coisa na mente. É a ideia que a pessoa formula da sua própria atuação e status nos grupos sociais que pertence, imagem subjetiva do mundo de acordo com um determinado ponto de vista. Numa forma mais direcionada pode-se trazer o significado de concepção de um contexto mais específico.

Segundo Ponte (1992), as concepções podem ser entendidas como “o pano de fundo” organizador do quadro conceitual do tema em estudo. Sobre o processo de formação das concepções pode-se dizer que elas se formam “num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros)” (PONTE, 1992, p. 01). Nesta mesma linha de raciocínio Garnica (2008) afirma que as concepções de uma pessoa não são estáticas e se transformam segundo as suas experiências.

Como qualquer percepção que temos do mundo, as concepções estão em constante mutação, num processo não linear que alterna alterações e permanências. Nossa visão acerca de algo está radicada nas nossas percepções, no que sentimos do mundo, no que sentem do mundo as pessoas com as quais convivemos, de como elaboramos essas percepções e as tornamos operacionalizáveis para continuarmos vivendo e convivendo (vivendo com outros). Isso é próprio do que poderíamos chamar “processo de formação”, ainda que tal processo não tenha um objetivo claro e definido previamente pois também seus objetivos vão se alterando durante o processo, mantendo algumas características e revertendo outras que até então julgávamos estabelecidas. (GARNICA, 2008, p. 498-495).

Nesta dissertação entende-se, pois como concepções dos estudiosos os pontos de vista por meio dos quais cada um deles gera ou concebe a conceituação da Modelagem Matemática, as ideias implicadas no processo de formação deste conceito. Segundo Barbosa (2001), concepções é um processo lento e nenhuma experiência liquidará as experiências passadas, sedimentadas no tempo. Isso não significa que novas experiências não possam mudar as concepções de uma pessoa, mas que concepções e experiências se articulam no

tempo. Para Barbosa (2001), não se substituem concepções, se constroem novas a partir do conflito das reflexões que surgem pelo conflito de ideias.

3.1 Modelagem Matemática segundo publicações de Biembengut

Segundo Biembengut (1997, 1999, 2003, 2007), um *modelo matemático* é a representação do mundo real por meio de linguagem matemática e a estratégia usada para se chegar ao modelo é o que se denomina *modelagem*. Na ótica desta autora, a Modelagem Matemática tem por finalidade compreender melhor a situação-problema analisada e trabalhar na direção da melhor simplificação possível usando o conteúdo matemático disponível, ou seja, modelar consiste em “chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução” (BIEMBENGUT & HEIN, 2003, p. 14).

De acordo com Biembengut (2006), a modelagem aproxima a disciplina de Matemática da realidade do aluno. A autora explica existem diferenças entre modelo e modelagem, enquanto o primeiro é uma representação, o segundo é um processo que permite chegar ao primeiro. "Quem faz a modelagem é quem cria", nos alerta Biembengut, dando como exemplo o trabalho de um engenheiro, de um cientista, ou um diretor de cinema.

Ao analisar os trabalhos de Biembengut, desde a dissertação de seu mestrado até publicações recentes, percebe-se que esta autora reconhece a Modelagem Matemática próxima da Matemática Aplicada, mas considera que os objetivos são distintos. Essa linha de raciocínio pode ser relacionada com a percepção de Bassanezi (2006), segundo o qual a Modelagem Matemática é vista como recurso para simplificar e explicar um problema da realidade. Um modelo matemático surge quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou agir sobre ela. Quanto ao processo na perspectiva da Educação Matemática, Biembengut (2009) aponta que também exige a criação de um modelo e deve ser trabalhado com fins no ensino do conteúdo matemático.

Pelos critérios desta autora, o professor que pretende adotar este método de ensino pode começar apresentando um tema aos alunos e, a partir dele, construir ou reconstruir o modelo matemático que quer trabalhar. Para isso poderá seguir as seguintes etapas: expor o assunto, delimitar o problema, desenvolver o conteúdo, apresentar exemplos, resolver e interpretar o problema. Para trabalhar a Modelagem Matemática na sala de aula o professor

também pode usar outro modelo e adaptá-lo ao contexto em questão. Para Biembengut e Faria (2009), modelagem na sala de Matemática é um processo do qual faz parte a pesquisa, a criação e um bom conhecimento matemático. Portanto, para fazer modelagem é preciso ter conhecimento da área que se está trabalhando, ter intuição e criatividade.

Fazer modelagem supõe estudo e interpretação de um tema, um assunto de alguma área do conhecimento e, a seguir, levantar questões cujas respostas ou soluções não estejam explícitas ou sem necessidade de formulação e resolução. E para utilizar modelagem matemática em sala de aula é preciso que o professor saiba fazer modelagem e ainda, saiba adaptar um ou mais modelos matemáticos que lhe permita desenvolver os conteúdos programáticos e ao mesmo tempo, desperte o interesse dos estudantes para fazer modelagem e aprender matemática (BIEMBENGUT & FARIA, 2009, p. 100).

Ainda sobre o processo da criação de modelos, Biembengut e Hein (2003, p.13), afirmam que a interação que permite transformar uma situação real em um modelo matemático pertinente, deve seguir três etapas básicas, sendo cada etapa subdividida em duas subetapas¹².

1) “Interação”

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado.

2) “Matematização”

- Formalização do problema;
- Resolução do problema em termos do modelo.

3) “Modelo Matemático”

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo.

A etapa da interação, além de ser responsável pela identificação do trabalho a ser desenvolvido e da motivação para tal, trata da coleta de dados. Uma vez decidida a situação a ser modelada, deve ser feito um estudo sobre o assunto, seja por meio de mecanismos diretos, seja por meio de mecanismos indiretos, a fim de obter o máximo de informações possíveis

¹² Biembengut (1999) também sugere a realização da modelagem por meio de sete etapas, a saber: (1) apresentação do processo, (2) escolha do tema, (3) planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos, (4) orientação processo, (5) conteúdo matemático, (6) apresentação de modelos matemáticos, (7) validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos. Por entender que estas divisões de etapas se assemelham não se apresentarão em óticas distintas.

sobre a situação-problema. Quanto maior o número de informações obtidas melhor será para o prosseguimento da etapa seguinte.

A etapa da "matematização" está relacionada à organização dos dados levantados e criação do modelo. Trata-se, segundo Biembengut e Hein (2003), do momento de maior complexidade da Modelagem Matemática, já que é nesse momento que ocorre a tradução (entenda tradução no sentido de transformação) da situação-problema em linguagem matemática. Pode-se dizer que a criatividade, a maleabilidade e a capacidade de argumentação são imprescindíveis nessa fase da atividade de Modelagem Matemática. A linguagem (ou escrita) matemática é uma imagem voltada a uma lógica formal e o uso exige uma sistematização de forma concisa.

Na formulação do problema, ou hipóteses, deve-se segundo Biembengut e Hein (2003), observar os seguintes procedimentos: (a) classificar as informações (relevantes e não relevantes), identificando fatos envolvidos; (b) decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses; (c) selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e, (d) descrever essas relações em termos matemáticos. Depois de formulada a situação-problema, passa-se a resolução do problema em termos do modelo, utilizando-se de todo o "ferramental matemático de que se dispões" (p. 14).

Depois de criado o modelo, é hora de voltar à pergunta inicial e verificar a validade do modelo obtido na solução da situação-problema. Esse processo de validação é o que garante a sua aplicabilidade ou não. Caso o modelo não responda de forma condizente a pergunta inicial (pergunta geradora), deve-se retomar os dados da matematização para melhorar ou reelaborar o modelo. Isso significa que "se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização- mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis, etc." (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p. 15).

Segundo Biembengut & Hein (2003), não há restrições para a Modelagem Matemática como método de ensino aprendizagem. Ela pode ser trabalhada em qualquer nível de ensino, desde as séries iniciais até cursos de pós-graduação. No livro intitulado "Modelagem Matemática no Ensino" (2003), estes autores apresentam sete propostas-modelo como norteadores do ensino de alguns conteúdos matemáticos em sala de aula, intitulados: embalagens, construção de casas, a arte de construir e analisar ornamentos, razão áurea, abelhas, cubagem de madeira e criação de perus.

Para efeito ilustrativo, o recorte de uma das propostas de Modelagem Matemática apresentada por Biembengut e Hein (2003) pode ser apontada aqui para descrever as etapas da atividade de modelar. A temática pode ser adaptada desde o ensino fundamental até o ensino

superior e permite desenvolver vários conteúdos de Matemática como superfície, volume, capacidade, massa, função do 2º grau, matemática financeira, matemática comercial dentre outros que podem ser adaptados pelo professor conforme o nível de conhecimento dos seus alunos. Trata-se de uma proposta com o tema “embalagens” subdividida em quatro questões: “Que formas geométricas estão presentes nas caixas e nas latas?”, “Como se faz uma caixinha?”, “Qual a quantidade de material utilizada em uma embalagem?” e “Qual a forma ideal para uma embalagem?”. Estas questões podem ser expandidas em outras conforme critérios do professor.

Essa proposta será reproduzida aqui como um recorte para o estudo de equações do 2º grau – máximos e mínimos, com o objetivo de explicitar as etapas para a realização de Modelagem Matemática descritas por Biembengut e Hein (2003). A intenção é fazer uma apreciação de cada etapa para exemplificar a atividade de modelagem na concepção de Biembengut. Se a ideia é trabalhar o conceito de máximos e mínimos, a atividade pode partir de uma pergunta geratriz, como “Qual deve ser o tipo de embalagem utilizado para o armazenamento do produto X?”

Etapa 1: Interação

a) Reconhecimento da situação-problema

O professor pode fazer uma exposição sobre o assunto, propor aos alunos que façam uma pesquisa sobre tipos de embalagem utilizados para a embalagem do tal produto X, convidar uma terceira pessoa ligada à temática para conversar com os alunos sobre a importância das embalagens, sobre os tipos de materiais utilizados nas embalagens, os custos, as consequências para o meio ambiente, os critérios de escolhas das empresas, etc. Este é um momento de grande importância, pois se trata de despertar nos alunos o interesse pelo assunto a ser estudado.

b) Familiarização com o assunto a ser modelado

Este é o momento de levantamento dos questionamentos e os alunos devem ser instigados a participarem com sugestões. O que deve ser levado em conta na escolha das embalagens? Vários questionamentos devem ser apreciados neste ponto como custos, benefícios, facilidade de transporte, danos para o meio ambiente.

Etapa 2: Matemática

a) Formalização do problema

Dentre as questões levantadas são selecionadas aquelas que se deseja obter respostas. Por exemplo, que tipo de embalagem deve ser usado de forma a conseguir o menor preço? Qual material oferece maior tempo de conservação do produto? Como conciliar as duas coisas? Formulam-se as questões de forma a levar os alunos a proporem soluções. Ao passo que as questões são levantadas, os conteúdos matemáticos necessários às respostas são trabalhados.

b) Resolução do problema em termos do modelo

Após o desenvolvimento do conteúdo necessário para responder as questões, os alunos retornam à questão problema que gerou os questionamentos, criam uma representação matemática que possa solucionar a questão. Exemplos análogos podem ser trabalhados para que o conteúdo não se restrinja ao modelo específico.

Etapa 3: Modelo Matemático

a) Interpretação da solução

A partir do o modelo criado os alunos apresentam a solução para a questão, segundo o modelo apresentado.

b) Validação do modelo

Esta é a etapa para analisar a solução obtida e comprovar a validade do modelo segundo os dados da questão norteadora. As respostas obtidas devem ser confrontadas a perguntas do tipo: o modelo criado é passível de aplicação para outras situações análogas? A solução obtida faz jus à realidade? Se a solução encontrada não satisfaz à pergunta geradora o modelo deve ser reelaborado. Por exemplo, se a solução apresentada é para o material de

menor custo, mas a capacidade de conservação é muito pequena. Essa talvez não seja a melhor opção e novas alternativas devem ser testadas.

Segundo Biembengut e Hein (2003), o trabalho com Modelagem Matemática ou com modelação como método alternativo de ensino torna o ensino e aprendizagem da Matemática mais gratificante e satisfatória tanto para alunos quanto para professores, uma vez que possibilita a interação direta entre conhecimento acadêmico e aplicabilidade real em atividades cotidianas.

Ao participar de um trabalho com modelagem ou modelação, no qual o conteúdo não é dissociado da realidade, pois há conexão entre o que se aprendeu e o que se executou, acreditamos que alunos e professores tornar-se-ão mais entusiastas com a possibilidade de transformar a escola, ainda que de forma lenta e gradual, para que ela venha a exercer o papel que lhe cabe na preparação do indivíduo para atuar no meio circundante. (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p.125).

De acordo com Biembengut e Hein (2003), a diferença entre *modelagem* e *modelação* é que na modelagem não dá para prever inicialmente em que modelo se chegará nem se a Matemática exigida está ao alcance nível desejado, o que não acontece na modelação, por ser uma adaptação da modelagem. A modelagem “parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema” (id, p. 28). Já a modelação, “o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto” (id, p. 29).

De acordo com Biembengut (2007a), representar uma situação real matematicamente, envolve os mesmos procedimentos requeridos em uma pesquisa científica, que são:

- (a) *Percepção*: requer da pessoa que vai fazer um modelo matemático – representação externa – que reconheça e situação problema (→ delimitação do problema) e familiarize-se com o assunto a ser modelado (→ referencial teórico);
- (b) *Compreensão*: etapa mais desafiante que exige do pesquisador compreensão suficiente para poder levantar hipóteses, formular um modelo matemático (→desenvolvimento) e resolver o problema a partir do modelo (→ aplicação);
- (c) *Significação do modelo*: momento final em que se faz interpretação da solução e validação do modelo (→ avaliação).

Nessa dinâmica a atividade de modelagem pode ser vista como uma forma de interligar a matemática acadêmica com a realidade do aluno. Os trabalhos de Biembengut e

seus colaboradores sugerem diversas abordagens, teóricas e práticas, como alternativa de ensino que busca o equilíbrio entre currículo e aplicabilidade do conhecimento matemático por acreditar que essa estratégia viabiliza a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com Biembengut e Hein (2007), a inter-relação entre Matemática e realidade pode ser apoiada pelas perspectivas da Modelagem Matemática na Educação Matemática, que é importante nas discussões do papel da Matemática na sociedade. Esta forma de compreensão está em acordo como Ohse (s/d, p. 04) quando diz que “o educador pode e deve fazer a ‘ponte’ entre a matemática, seus modelos e a realidade do aluno” – grifos do autor.

Segundo Biembengut (2009), os programas oficiais de Matemática sugerem que, nas práticas de sala de aula, as propostas devem buscar encorajar os estudantes a se envolverem ativamente na sua aprendizagem e produzirem trabalhos a partir de necessidades e metas de forma desafiadora e talentosa e levarem a risco compromissos humanitários. E embora a Modelagem Matemática não possua uma estrutura rigorosamente definida, existem aspectos que permitem a integração da Matemática a outras áreas do conhecimento, propiciando aos estudantes aprender a fazer uso da Matemática nas atividades cotidianas, fora do contexto escolar. Esta integração desperta o interesse dos estudantes “por outras áreas do conhecimento, instigando seus sentidos imaginativos e críticos ao passar a fazer pesquisa, no sentido *lato* do termo, que ultrapassa o levantamento de dados, analisando estes dados com critérios, com fundamentos” (BIEMBENGUT, 2009, p.17).

Se o processo cognitivo se dá na forma de modelos mentais internos, “os modelos externos, em particular os modelos matemáticos, podem contribuir para que os estudantes tenham melhor produção linguística ao utilizar registros diferentes: verbal, vívido e algébrico” (BIEMBENGUT, 2009, p.20). Se modelos aritméticos e geométricos são frequentemente usados nas aulas de Matemática, ausentes em conceitos e linguagem, a modelagem pode trazer aos estudantes, desde os primeiros anos de escolarização, esta concepção, ou seja, pode considerar discussões sobre modelos matemáticos e desenvolver habilidades necessárias para integrá-la a outras áreas do conhecimento. “Ao se fazer um modelo de um fenômeno observado ou utilizar-se de um modelo para compreensão ou resolução de alguma questão, pode-se identificar as três fases do processo cognitivo: percepção, compreensão, significação – modelo” (ibid., p. 21).

De forma geral, em todos os níveis de educação, a Modelagem Matemática é vista nos trabalhos de Biembengut como capaz de aumentar o poder de compreensão da Matemática. Mas embora defenda a importância da Modelagem Matemática como método de ensino e de

aprendizagem, Biembengut diz que alguns aspectos devem ser verificados para não sublinhá-la com demasiada ostentação, se esquecendo de limitações que a estrutura educacional produz tanto para o professor quanto para os estudantes. Neste aspecto a estrutura educacional vigente nas nossas escolas, com currículo fracionado em várias disciplinas, com horários e períodos para cumprir em cada fase escolar é "sem dúvida, a principal dificuldade para tornar a modelagem matemática um método de ensino e aprendizagem em sala de aula" (BIEMBENGUT, HEIN, LOSS, 2010, p. 224). Contudo, os aspectos positivos das experiências com atividades de Modelagem Matemática na sala de aula superaram os negativos e servem como instrumento para compreender o mundo cotidiano, mesmo quando se depara com alguns contratempos de ordem didática.

3.2 Modelagem Matemática segundo publicações de Burak

Ao fazer uma revisão bibliográfica dos escritos de Burak, nota-se que o autor concebe a Modelagem Matemática às vezes como metodologia¹³ de ensino e aprendizagem e às vezes como a construção de um modelo. Os trabalhos desenvolvidos por esse autor privilegiam a Modelagem Matemática como alternativa de ensino e aprendizagem para o ensino Fundamental e Médio e ensejam alguns desafios a serem superados, dentre os quais se destacam: (a) descobrir como trabalhar atividades de Modelagem Matemática de modo que ao longo do desenvolvimento do método, o educando possa construir o seu conhecimento matemático a partir de temas do seu interesse; (b) superar a visão linear do conteúdo matemático proposto pelos currículos escolares; (c) propiciar formas de encaminhamentos que favoreçam a formação do cidadão crítico.

De acordo com a concepção de Burak (1992, p. 62), a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. A prioridade da construção de modelos em seus primeiros trabalhos deu-se, segundo Klübler e Burak (2008), em virtude das primeiras

¹³ Essa diferença na concepção de Burak está relacionada ao aspecto temporal. Por época de suas primeiras experiências, pesquisas o autor concebia a Modelagem Matemática como estratégia e construção de modelos, ao aprofundar suas pesquisas sobre o assunto, passou a concebê-la como uma metodologia. (ver pergunta 1 do questionário; apêndice 2).

referências teóricas em que sua maioria advinha da Matemática Aplicada e defendia a construção de modelos.

Esta escolha justifica-se porque de certa forma a natureza das concepções está ligada às experiências vivenciadas na formação e no alcance das reflexões realizadas, ou seja, "as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto de nossas elaborações com as dos outros)" (PONTE, 1992, p. 186).

Neste sentido não se deve separar a reflexão de aspectos relativos à Matemática, à modelagem e ao pedagógico. Embora não explicitado por Burak, a construção de concepção de Modelagem Matemática associada à Matemática Aplicada tem ampla influência do professor Rodney Carlos Bassanezi que orientou seus primeiros trabalhos, e, para quem a Modelagem Matemática, consistia na "arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2006, p. 16).

No que concerne à construção da concepção de Burak sobre a Modelagem Matemática ao longo dos anos, é importante citar como ponto de partida dissertação de mestrado, intitulada "Modelagem Matemática: Uma metodologia Alternativa para o Ensino da Matemática na 5ª série" que de acordo com Biembengut (2009), trata-se da quinta dissertação apresentada em Programas de Pós-Graduação brasileiros, defendida em 1987. Nela o autor assume a Modelagem Matemática como metodologia alternativa de ensino.

A modelagem matemática como uma alternativa de ensino da matemática procura dar ao aluno mais liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo estimulado pela curiosidade e motivação. O ensino através da modelagem procura propiciar o emergir de situações-problema as mais variadas possíveis, sempre dentro de um contexto fazendo com que a matemática estudada tenha mais significado para o aluno. (BURAK, 1987, p. 20 – 21).

Segundo relatos de Burak (1987), a proposta relatada em sua dissertação foi desenvolvida em conjunto pelo pesquisador e professores participantes de um curso de formação continuada e realizada por esses professores em suas salas de aula sob a coordenação do pesquisador. Embora essas atividades estivessem voltadas para a 5ª série do ensino Fundamental (hoje conhecida como 6º ano), sua pesquisa levou-o a crer que o método da modelagem pode ser levado para outras séries e fases do ensino.

O conhecimento matemático e a necessidade da aplicação de modelos matemáticos são enfatizados, ao considerar que um dos méritos da Modelagem Matemática na sala de aula é a oportunidade que ela proporciona de um mesmo conteúdo poder ser visto e aplicado às

várias situações distintas, permitindo a fixação das ideias fundamentais. Este mérito pode "contribuir de maneira significativa para a percepção e compreensão da importância da matemática no cotidiano da vida de cada indivíduo, seja ou não ele matemático" (BURAK, 1987, p. 37). Neste mesmo trabalho o autor afirma que atividades de Modelagem Matemática em cursos regulares devem partir de questionamentos como "Ensinar a partir da Modelagem Matemática em que difere essencialmente do ensino tradicional?", "Qual a forma preconizada por esta prática educativa na pretensão de contribuir para uma melhor aprendizagem Matemática em nossas escolas?", "Como tratar a avaliação na Modelagem Matemática?".

Em sua tese de doutorado intitulada "Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem", defendida em 1992, Burak discute alguns aspectos do ensino de Matemática e propõe, a partir do método da Modelagem Matemática, uma alternativa para o ensino da Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio. Dividido em dez capítulos, o trabalho abrange três etapas: a primeira procura entender a educação dentro de um contexto econômico, social e político, visto não conceber a educação de forma isolada; a segunda procura mostrar a situação atual do ensino de Matemática, por meio de exemplos e enfoques trabalhados nas escolas e, também, a análise das manifestações escritas de vários professores atuantes no ensino Fundamental e Médio; já a terceira enfoca o Método da Modelagem Matemática como uma forma alternativa para o trabalho com a Matemática no ensino nos mesmos níveis de ensino e estabelece o contraponto entre a forma usual e a forma proposta pela Modelagem Matemática para o ensino de Matemática.

De acordo com Burak (2006), sua formação de pesquisador na área da Modelagem Matemática, no período do doutorado, representou a possibilidade de colocar em ação as ideias iniciais do mestrado "a partir do interesse do grupo ou dos grupos, bem como conhecer quais os efeitos de um trabalho diferenciado para aprendizagem de Matemática que norteariam essa etapa" (p. 03). O estudo envolveu inicialmente um trabalho com professores e posteriormente o acompanhamento em suas escolas no desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática com alunos. Nesta pesquisa, a forma idealizada de trabalhar Modelagem Matemática teve como objetivo superar a maneira de ensinar Matemática que enfatizava a memória, as regras, os algoritmos em detrimento do pensar matemático.

Na tese de doutorado Burak (1992) concebe a modelagem em termos quase similares à dissertação (1987), entretanto acrescenta dois princípios básicos: um deles já consiste em reforçar uma ideia embrionária de seus primeiros trabalhos (o interesse do grupo) e o segundo versa na obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo. Essa fase, segundo Klüber e Burak (2008) possui maiores influências das ciências humanas e

do método etnográfico, que se distancia da epistemologia da matemática aplicada. As atividades consideram os sujeitos, o ambiente social, o ambiente cultural e outras variáveis. É possível notar aqui que preocupação com a construção do modelo, essencial no período do mestrado já não é finalidade fundamental para Burak e os conteúdos matemáticos já passam a dividir a importância com outros conceitos não necessariamente matemáticos.

Como se constata, a construção do modelo pode propiciar o contato com vários conceitos conhecidos e também a oportunidade de construir novos conceitos. Esses conceitos podem não ser, somente, conceitos matemáticos. Também os conceitos usados na área específica do assunto tratado acabam por enriquecer a experiência vivida pelo grupo, através do método da Modelagem (BURAK, 1992, p. 199).

As atividades de modelagem que antes eram predefinidas pelo pesquisador, agora passam a ser definidas conforme a necessidade surgir. Isso significa que "a forma de se trabalhar a Modelagem Matemática não é e nem pode ser rígida. A situação do momento é que orientará a forma mais indicada para o trabalho" (BURAK, 1992, p. 316). Quanto aos conteúdos exigidos no processo de modelagem, estes devem ser observados pelo professor e estar em acordo com o nível de escolaridade dos alunos envolvidos.

Nas primeiras séries, a atividade deve enfatizar o processo mais do que se preocupar em criar modelos, mesmo porque a ferramenta matemática ainda está em construção construída. A partir da 5ª série, alguns modelos simples podem ser iniciados como, por exemplo, a expressão do perímetro, perímetro útil, área total, área útil, cálculo do número de diagonais, soma dos ângulos internos de um triângulo. "A construção de modelos de uma forma mais sistemática deverá ser trabalhada apenas no 2º grau" (ibid, p. 316).

Além do nível de escolaridade dos alunos, o próprio conhecimento do professor também precisa ser respeitado. Segundo relata Burak (1992), o desenvolvimento do curso de formação continuada com os professores participantes de sua pesquisa, tanto no mestrado quanto no doutorado, mostrou o potencial da Modelagem Matemática como alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática. Contudo, pela inexperiência nessa forma de trabalhar parecia ser possível, para a maioria daqueles professores, trabalhar apenas alguns conteúdos matemáticos, os mais evidentes. "Percebia-se que o professor tinha uma única preocupação: ver o conteúdo da série ou das séries em que trabalhava" (BURAK, 2008, p. 06). Um comportamento esperado após tantos anos de trabalho centrado no livro didático que apresenta os conteúdos de forma linear e faz com que o professor sinta-se inseguro com o método da Modelagem Matemática que não mantém a mesma linearidade.

Embora seja um mesmo tema, a modelagem pode tomar rumos diversos nos vários grupos. Por exemplo, um grupo pode seguir por um caminho e outro grupo seguir outra direção, dependerá das simulações que adotarem.

Quanto à prática educativa, Burak e Klüber (2007) apontam cinco justificativas para atividades de Modelagem Matemática na sala de aula:

- (1) Construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – a qual ocorre de forma dinâmica e procura a relação de cooperação entre o professor e o aluno.
- (2) Contextualização das situações – entendida aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles, o social, o econômico, o cultural. Este ponto de defesa em relação aos conteúdos matemáticos também é considerado em Biembengut (1990) e Bassanezi (2006).
- (3) Integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o diálogo da Matemática com outros campos.
- (4) Socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os alunos, o professor e a sociedade como um todo.
- (5) Ruptura com o currículo linear – que se constitui em umas das características mais importantes da modelagem, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

De acordo com Burak (2004), atividades de Modelagem Matemática ensejam o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha dos estudantes, o professor favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Por exemplo, ao se trabalhar com o tema a “indústria”, o estudante tem a oportunidade de conhecer as várias dimensões que constituem essa realidade, sejam elas políticas, sociais, econômicas, estruturais dentre outras, desenvolvendo assim, a capacidade de realizar uma leitura mais atenta da realidade, atributos importantes para a formação da cidadania.

Sobre o processo como um professor pode desenvolver a Modelagem Matemática na sala de aula com seus alunos, Burak (2010) aponta que, se o professor opta por adotar esta

metodologia de ensino, pode dividir a turma em pequenos grupos e adotar cinco etapas diretrizes. Como o tema faz parte da escolha dos alunos, os conteúdos são determinados pelas atividades desenvolvidas. Assim, uma apreciação do processo para se fazer Modelagem Matemática será descrita a seguir, mas sem a especificação de uma atividade em especial (como um recorte para o estudo de equações ou um estudo de grandezas de medidas por exemplo). As etapas representam a orientação de Burak (2010), para se fazer modelagem no contexto da sala de aula.

1ª etapa: escolha do tema¹⁴

Esta é a etapa que desencadeia o processo e deve ser levado em conta o interesse dos alunos, o nível de conhecimento matemático destes e o tempo disponível para desenvolver o trabalho. Cada grupo pode escolher um tema ou, em comum acordo, escolher um tema único para toda a sala, mas que seja trabalhado por cada grupo formado.

2ª etapa: pesquisa exploratória

Esta fase pode ser feita em conjunto por alunos e professor e constitui-se na obtenção de informações sobre o assunto em seus diversos aspectos. É neste momento que acontece a coleta dos dados para que os alunos possam se inteirar sobre o assunto escolhido. Os meios utilizados podem ser diversos: revistas, sites, jornais, livros, entrevistas, palestras, entre outros. Aconselha-se que as informações coletadas sejam anotadas por meio da construção de texto com informações sobre o tema tratado. Se o tema escolhido foi água, por exemplo, o histórico pode conter informações como: Por que falta água em alguns períodos? Há uma adequação entre o consumo de água e a capacidade de fornecimento da água? Quantos litros de água uma pessoa consome em média por dia? Como se comportaria o crescimento e qual a população aproximada da cidade onde os alunos residem? Qual é a companhia de tratamento de água que atende a população da região? Qual é a importância do tratamento da água? entre outros que o grupo achar pertinente. Se o tema escolhido foi futebol então pode ser feito um texto que contenha as informações: Onde começou a ser praticado o futebol? Quando começou a ser praticado? Quais são as modalidades de campeonato de futebol? Quando

¹⁴ Escolha do “tema” significa escolha do “assunto” desencadeador da situação-problemática.

acontecem? Quantos times participam? Como é construído um campo de futebol? Quantos jogadores são? E outros aspectos julgados importantes pelo grupo.

3ª etapa: levantamento do(s) problema(s)

Esta é a etapa do delineamento do problema, que inicialmente é formulado em linguagem corrente ou natural e depois transferido para linguagem matemática. Os dados coletados na pesquisa exploratória dão sustentação à etapa de levantamento do problema ou dos problemas relativos ao tema e, na qualidade de mediador, o professor é de importância fundamental neste trabalho, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa com o estudante no desenvolvimento de sua autonomia, na formação de um espírito crítico.

4ª etapa: resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema

Nesta fase se faz o equacionamento do problema, ou seja, traduz-se o problema em linguagem matemática e apontam as relações entre as variáveis que constituem o modelo. Geralmente o equacionamento resulta na forma de uma equação, inequação, sistema de equações, mas também pode resultar em um gráfico, na planta baixa de uma casa, num um mapa, numa tabela, entre outros. Nesta etapa o professor deve ficar atento, pois às vezes o conteúdo necessário à resolução do problema ainda foi trabalhado. Então, é um momento oportuno para que o professor introduza esse conhecimento. “Se o problema for o custo de uma cesta básica, a matemática a ser utilizada será aquela que possibilita resolver a questão, podendo envolver conteúdos tais como, operações, porcentagem, grandezas direta e inversamente proporcionais”. Assim, se um destes conteúdos ainda não foi trabalhado, o professor apresenta-o para que o conhecimento possa fazer sentido para o estudante.

5ª etapa: análise crítica da(s) solução(es)

De acordo com Buark (2010), esta é umas das etapas mais importantes da modelagem, pois permite analisar e discutir as soluções obtidas. As hipóteses ponderadas no levantamento do(s) problema(s) devem ser levadas em conta na análise. Esta etapa “possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos envolvidos no

tema” (p. 24). Sob aspectos da Matemática verifica-se, por exemplo, a coerência lógica e o nexo da(s) solução (es) encontrada(s), já sob aspectos não matemáticos verifica-se a adequação das soluções, os cuidados com a linguagem, restrições, etc.

Tão importante quanto trabalhar os aspectos matemáticos das situações, os aspectos não matemáticos se revestem da mesma importância, pois consideramos que são formadores de valores e de atitudes que são permanentes, pois nessa fase de sua formação esses valores são desenvolvidos e incorporados (BURAK, 2010, p.24).

Tomando um dos exemplos da etapa 2, se a temática investigada é o consumo de água por residência e o respectivo valor da conta de água pode-se levantar a questão do meio ambiente, da saúde, do tratamento da água de esgoto, da questão social e econômica, entre outras.

Pelo que foi descrito até aqui, percebe-se que, pelo menos em termos de processo de desenvolvimento, Burak propõe um “fazer modelagem” próximo ao desenvolvimento adotado para a construção de modelos na perspectiva da Matemática Aplicada. Entretanto ao propor a quarta e quinta etapa para a modelagem na sala de aula, houve uma alteração em termos de valorização na finalização do modelo. Isso significa que, mesmo mantendo o construto do modelo, o processo é que passa ser priorizado, tanto é que em vez de "construção do modelo" e "validação do modelo" (característico da Matemática Aplicada) o autor utiliza as expressões "resolução do problema" e "análise crítica da(s) solução (es)".

3.3 Modelagem Matemática segundo publicações de Barbosa

De acordo com Barbosa (2001, 2007, 2008), a Modelagem Matemática pode ser concebida como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar por meio da Matemática, situações com referência na realidade (BARBOSA, 2001, 2007, 2008). Já o modelo matemático é “qualquer representação matemática da situação em estudo” (BARBOSA, 2007c, p. 161). Para esse autor a ênfase das atividades de Modelagem Matemática deve estar "no fato de os alunos terem que desenvolver uma investigação, ou seja, não terem esquemas definidos a priori, e de a situação ter origem no dia-a-dia ou em outras ciências que não a Matemática" (ibid., p. 162). Da forma como é apresentada, esta concepção de modelagem pode ser compreendida em consonância com a Educação Matemática Crítica,

não se fechando na construção de modelos nem em conteúdos programáticos da Matemática, o que segundo Klüber e Burak, (2008), rompe com a linearidade do currículo escolar. A prática social deve ser compreendida como “as ações que as pessoas desenvolvem em determinado contexto” (BARBOSA, 2007, p.162).

A Educação Matemática Crítica na qual Barbosa fundamenta-se está em acordo com a concepção de Skovsmose (2000), segundo a qual o ensino e aprendizagem da Matemática devem incluir o interesse pelo desenvolvimento da Educação Matemática como suporte da cidadania e democracia, implicando que as micros sociedades das salas de aulas de Matemática devem também mostrar aspectos de democracia. Esta interpretação da Matemática crítica enfatiza que, como tal, a Matemática não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido e não se limita em um fim em si mesma “[...] não importa se os processos de aprendizagem são organizados de acordo com uma abordagem construtivista ou sociocultural, a matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir” (SKOVSMOSE, 2000, p. 02).

Pode-se dizer que a maneira como Barbosa (2001, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008) compreende a Modelagem Matemática se orienta prioritariamente por situações da realidade, passíveis de vivências reais. Esta compreensão sugere que se um professor deseja trabalhar atividades de Modelagem Matemática com seus alunos e o assunto escolhido seja, por exemplo, “o impacto da contribuição social (trata-se de um imposto cobrado pelo Governo Brasileiro para manutenção do sistema previdenciário) no salário das pessoas”, a coleta de informações deve acontecer no meio em que vivem os alunos. Ou seja, a coleta é obtida a partir de pesquisas sobre o desconto nos salários de um grupo de trabalhadores reais.

Neste sentido, pode-se dizer que toda atividade de modelagem envolve a resolução de problemas, mas nem toda resolução de problema é uma atividade de modelagem. A Modelagem Matemática, proposta por Barbosa, mostra “pouco interesse em situações fictícias elaboradas artificialmente” (BARBOSA, 2001, p. 07), para atender aos propósitos do ensino de Matemática. Isto não quer dizer que elas não possam envolver os alunos em ricas discussões, ou que não possam integrar o currículo. Apenas, de acordo com o autor, tal como as investigações de Matemática pura, não se enquadram confortavelmente na perspectiva de Modelagem Matemática sustentada na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Em sua tese de doutorado, capítulo 2, Barbosa (2001), articula uma perspectiva de Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática e aponta que em relação à prática, o movimento e/ou ação da crítica é não linear, ou seja, desconhece ordem, apega-se ao dinamismo do pensamento e da reflexão, às vezes anda de forma ampla, às vezes não.

Segundo este autor, atividades de modelagem não devem ser entendidas como atividades de Matemática Aplicada, com um foco que se ancora na própria Matemática, mas para entender a prática da modelagem na Educação Matemática é preciso compreender as contribuições que a primeira ofereceu para as primeiras abordagens da segunda neste contexto.

Ainda de acordo com Barbosa (2001), no cenário educacional brasileiro o movimento da Modelagem Matemática teve a Matemática Aplicada como fonte inspiradora. Como no contexto social, os modelos matemáticos podem interferir, mudar ou prever acontecimentos sociais, naturais, culturais, etc., tendo o poder de fazer inferência na vida das pessoas, de certa forma podem ser vistos como método da Matemática Aplicada, visto que

Uma das tarefas do matemático aplicado consiste na abordagem dos problemas postos por outras áreas que não a Matemática, ou seja, problemas aplicados. O primeiro passo é esclarecer o que se deseja saber e colocar-se a par dos conceitos e variáveis que sustentam a situação-problema. Faz-se necessário selecionar os fatores considerados relevantes e assumir alguns pressupostos. (BARBOSA, 2001, p. 13).

De acordo com Barbosa (2007), todo o processo de abordagem de um problema real que inclui a formulação do modelo matemático, em que se elabora um problema que será resolvido pelas teorias matemáticas conhecidas pode ser chamado de Modelagem Matemática. Completando, pode-se dizer que os modelos matemáticos são construídos para subsidiar a tomada de decisões e, portanto participam da vida social. Ainda sobre o papel da Matemática e dos modelos matemáticos na sociedade existe uma preocupação que remete ao caráter reflexivo da utilização da modelagem e na criação de modelos que sustenta o processo de modelagem. A escolha das variáveis denota um papel importante e suas relações estão baseadas numa compreensão teórica prévia (muitas vezes implícita) do que representam essas escolhas.

Modelos matemáticos são tipos modelos simbólicos “que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos” (BARBOSA, 2009, p. 70-71). Devido ao poder dos modelos matemáticos na sociedade de balizar decisões e, portanto, interferir na vida da sociedade, faz-se necessário ultrapassar as dimensões técnicas da modelagem e realizar uma análise crítica do papel desses modelos na vida social: O que representam? Quem os constrói? A quem servem? (id, 2007).

Um dos papéis da modelagem, segundo Barbosa (2003), é potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas, o que parece alargar as possibilidades de construção e consolidação de

sociedades democráticas. No contexto educacional, esta prática deve partir de "uma análise sobre o papel dos modelos matemáticos nas ciências e na sociedade, de onde extraem implicações para as práticas pedagógicas" (BARBOSA, 2009, p.72). As ideias de Barbosa sobre Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, estão de acordo com Skovsmose (2007, p. 67), que aponta um papel significativo da Educação Matemática nos processos sociopolíticos e afirma que "é crítica, à medida que, em muitas de suas formas, ela desempenha um papel *indeterminado* (ou um papel possivelmente duplo)" (grifos do autor).

Sobre o ambiente em que se dá a atividade de modelagem, Barbosa (2001) diz que tem seu caráter aplicado, mas não se restringe a isso. Também tem referências na vida real, na própria Matemática e em situações oriundas de outras áreas do conhecimento não Matemáticas. Para o autor, na ótica da Educação Matemática Crítica, o ambiente de modelagem deve representar principalmente um convite à indagação e/ou investigação. Na perspectiva da Educação Matemática Crítica, mais do que informar matematicamente as pessoas, é preciso educar criticamente por meio da Matemática.

Nem matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal. (BARBOSA, 2001, p. 04).

Essa concepção de convite aos alunos sugere respeito aos seus interesses e, caso eles aceitem, proporcionar-lhes-á a oportunidade, em conjunto com o professor, de aprenderem a matemática escolar de acordo com as suas possibilidades cognitivas, biológicas, culturais, sociais e outras. Resumindo, de acordo com Barbosa (2001, 2007, 2009), pode-se dizer que a compreensão da Modelagem Matemática ao ser concebida na perspectiva da Educação Matemática Crítica deve ocorrer no mesmo contexto em que a Educação Matemática Crítica ocorre.

Quanto ao processo para realizar Modelagem Matemática na sala de aula, Barbosa não concebe etapas para construção de modelos e afirma tratar-se de um ambiente associado à problematização e à investigação. "O primeiro [problematização] refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo [investigação], à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas" (BARBOSA, 2004, p. 75). Estas atividades estão articuladas no processo de envolvimento dos estudantes para abordar a atividade proposta quando levantam questões e realizam investigações que alcançam o conhecimento reflexivo.

De acordo com Barbosa (2004), não tem regras predefinidas para fazer modelagem na perspectiva da Educação Matemática, mas a partir de um levantamento da literatura, Barbosa (2001) classifica atividades de Modelagem Matemática dentro de três possibilidades, chamadas de caso 1, caso 2 e caso 3, que variam quanto às tarefas do professor e dos alunos. Veja descrição no quadro 6.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da Situação-problema	Professor	Professor	Professor / aluno
Simplificação	Professor	Professor / aluno	Professor / aluno
Dados qualitativos E quantitativos	Professor	Professor / aluno	Professor / aluno
Resolução	Professor / aluno	Professor / aluno	Professor / aluno

Quadro 6: Possibilidades de organização de atividades de modelagem matemática
Fonte: Tarefas dos alunos e professor nos casos de Modelagem (BARBOSA, 2001, p. 40).

Numa perspectiva sociocrítica, Barbosa (2001) entende que o papel desempenhado pelo professor deve envolver pelo menos três princípios básicos: (a) o conhecimento de Matemática e Modelagem Matemática; (b) a disposição para o diálogo com os alunos; (c) a direção das atividades dos alunos. Esta ideia sugere que nas atividades de modelagem, além dos alunos, o professor amplia ou mesmo refaz seus conhecimentos de modelagem e os conhecimentos da própria Matemática. A prática do diálogo deve estar sempre presente ao se pretender incorporar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Ele é prática constante como mediadora das indagações entre o professor e o aluno e é por ele “que a aprendizagem se faz crítica e, portanto, o professor tem o compromisso de nutri-lo” (p. 50).

Quanto à importância de se fazer modelagem na sala de aula, Barbosa (2001), traz dois argumentos como principais características deste tipo de atividade: (1) o argumento da competência crítica que habilita os alunos a reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da Matemática na sociedade; (2) o argumento da alternativa epistemológica que desenvolve a percepção do caráter cultural da Matemática. A modelagem na perspectiva sociocrítica, tal como discutida em Barbosa (2006), traduz um esforço de teorizar as implicações dos estudos críticos sobre o papel da Matemática na sociedade. Ou seja, pode ser entendida como uma oportunidade para se refletir sobre o poder formatador da Matemática.

Isso significa que atividades de modelagem podem estimular situações em que os alunos percebam que os modelos matemáticos não são neutros, mas dependem de onde são produzidos, por quem são produzidos e como são usados, o que contrapõe a ideia de que a Matemática é a descrição fiel de toda a verdade.

3.4 Modelagem Matemática segundo publicações de Bean

Entre os estudiosos analisados, Bean é aquele que apresenta a concepção mais singular no campo da Modelagem Matemática. Seu olhar para a modelagem parte de um olhar ao campo das ciências naturais e utiliza uma distinção entre linguagens e situações problemáticas para a formulação de sua concepção de Modelagem Matemática. Segundo Bean (2007), dependendo da situação e os objetivos da pessoa, a Matemática pode ser considerada uma linguagem promissora, capaz de conceituar e, assim, serve para encaminhar soluções. Além disso, Bean entende que no caso no qual a pessoa aplica e segue modelos existentes, ela “reproduz a realidade” e no caso da criação de modelos, ou seja, a modelagem, ela “transforma da realidade”. Suas ideias sobre a Modelagem Matemática revelam uma concepção de modelagem que parte da aproximação com a Matemática Aplicada e caminha em direção à modelagem entendida como atividade humana. Bean (2009), afirma que.

a modelagem é uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. O cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador. (p. 91).

De acordo com Bean (2001), da mesma forma que os procedimentos seguidos pelo matemático aplicado foram transferidos ao ambiente universitário como uma resposta ao baixo desempenho dos matemáticos recém-formados ao aplicar conceitos matemáticos em suas práticas de trabalho, uma transferência dos procedimentos da Matemática Aplicada também foi feita na Matemática Escolar, do ensino básico, “em resposta às preocupações socioculturais e ao baixo desempenho de alunos na própria Matemática” (p. 06).

Ainda segundo relatos de Bean (2001), ao promover Modelagem Matemática para a licenciatura e cursos de aperfeiçoamento para professores, precursores da Modelagem Matemática no Brasil, como o professor Bassanezi, procuravam um equilíbrio entre teoria e prática, mostrando o valor intrínseco da Matemática como ferramenta para o entendimento de

outras áreas do conhecimento. Ou seja, “modelagem”, como uma proposta, que oferecia “uma maneira de colocar a aplicabilidade da Matemática no currículo escolar em conjunto com o tratamento “formal” predominante no ensino” (p. 06).

Segundo Bean (2001), suas experiências com Modelagem Matemática vivenciadas com seus alunos, não correspondem às mesmas experiências de Modelagem Matemática vividas por outros professores. Sua concepção, embora em construção, focalizava situações não bem definidas, em que modelagem tem um enfoque no qual os alunos criam modelos matemáticos para representar situações da realidade, semelhantes aos procedimentos adotados na resolução de problemas. Isso em contraste às descrições de “modelagem” localizadas em teses e dissertações em Educação Matemática, encontradas na época, que a abordam como uma proposta, ou uma metodologia, para o ensino dos conteúdos da Matemática. Para entender o papel da Modelagem Matemática na Educação, Bean (2001) afirma é importante examinar suas raízes nas aplicações de Matemática praticadas por matemáticos, engenheiros, biólogos, etc.

Em relação à Modelagem para o Ensino Fundamental e o Médio, Bean (2001), faz referências a autores como BIEMBENGUT (1999), BURAK (1992) e CALDEIRA (1998) que propõem um método de ensino que parte dos interesses dos alunos. Na ótica de Bean este ensino tem procedimentos de ensino semelhantes à Metodologia de Problematização que segundo BERBEL (1998), segue cinco etapas interrelacionadas: (1) escolha de um tema pelos alunos e identificação de um problema de estudo com origem na realidade social; (2) conjeturas possíveis das causas do problema para identificação de pontos-chaves para investigação; (3) busca e análise de informações a respeito do problema; (4) elaboração de possíveis soluções e (5) aplicação dessas soluções à realidade.

Ainda de acordo com Bean (2001), a Modelagem Matemática, definida como um processo de criar um modelo matemático baseado em hipóteses e aproximações simplificadoras tem um enfoque diferente da Modelagem Matemática como proposta para o ensino da Matemática. Enquanto a primeira focaliza o processo matemático e encontra problemas principalmente no mundo fora da Matemática, a segunda trata questões metodológicas para conectar a Matemática aos interesses do aluno. “Embora distintos, os dois enfoques são importantes para o ensino e aprendizagem da matemática” (BEAN, 2001, p.15).

Ensinar pela “Modelagem”, uma proposta metodológica que encerra as atividades do modelador, exige mudança na postura do educador frente à Matemática e seu ensino. Podemos buscar caminhos para fazer essa mudança na análise das componentes do trabalho do modelador e o estudo do modo como correspondem ao

ensino da Matemática. A informação da análise nos ajudaria adaptar a modelagem ao ensino, em sua totalidade ou em parte (BEAN, 2001, p.56).

Segundo Bean (2001), a resolução de problemas no ensino da Matemática, em sua maioria, não envolve hipóteses e aproximações simplificadoras na criação de modelos como no trabalho do modelador que exige a interpretação e representação do mundo, mas é importante que os alunos aprendam também esse processo para resolver problemas complexos que não fornece soluções únicas. “O modelo ou a representação feita por uma pessoa ou uma equipe não é necessariamente o que seria feito pela outra” (BEAN, 2001, p.56). É importante que o aluno tenha a oportunidade de procurar e combinar caminhos diferentes, em que “a essência da Modelagem Matemática revela-se em sua natureza, em aplicações de Matemática aos problemas de interesse na vida do modelador, o aluno” (p. 57).

Em outro artigo, este autor nos adverte que a Modelagem Matemática na Educação Matemática sofre uma espécie de uma crise de identidade e que “existe em relação a ela uma grande variedade de perspectivas” (BEAN, 2003, p. 01). Neste momento o autor afirma que Modelagem Matemática é “uma atividade expressiva que exige a utilização do pensamento interpretativo e criativo na formulação de uma representação matemática para um fenômeno através de hipóteses e aproximações simplificadoras” (ibid., p. 02).

De acordo Bean (2003), qualquer modelagem exige um pensamento interpretativo e criativo e o que difere um tipo de “modelagem” dos demais são os meios de expressão. Por exemplo, as representações matemáticas são o meio de expressão da Modelagem Matemática. Já os movimentos corporais são o meio de expressão de um dançarino. E mesmo que se fale de um mesmo tipo de modelagem, como a construção de modelos matemáticos na Educação Matemática, por exemplo, ela pode ter uma variedade de objetivos e interesses. Ou seja, o interesse e objetivos de um modelador para uma mesma situação da realidade podem ser diferentes do interesse e objetivos de outro modelador. E, assim, é de se esperar a construção de modelos diferentes.

Com o objetivo de “enxergar” os aspectos do pensamento que a modelagem exige Bean (2003, p.10), faz uma categorização de cinco componentes seguidas no processo de modelagem. São elas: “problematização, investigação, formulação do modelo, verificação e fechamento”. Este processo pode ser percebido na atividade de modelagem desenvolvida e descrita por Bean (2004), com uma turma da disciplina de Álgebra Linear na Universidade Federal de Santa Catarina, onde era professor. De acordo com o autor, a atividade teve como objetivo principal “fornecer ao aluno a oportunidade de interagir com conceitos matemáticos,

tecnologia e meios de representação de forma comunicativa e colaborativa ao modelar a morfologia de objetos da natureza” (p. 01).

O processo envolveu a criação de fractais por meio de um sistema de transformações afins, com o auxílio de um *software* computacional para construir representações matriciais destas transformações e um programa recursivo que resultou em uma representação gráfica do fractal a partir do sistema de funções. De acordo com Bean (2004, p. 04), durante o processo foi possível observar que os alunos “exerceram sua autonomia e demonstraram sua criatividade, discorrendo sobre áreas diversas a respeito de fractais”.

Ao conceber a realidade como interação com o mundo, Bean (2005) contextualiza a modelagem como uma atividade humana que faz parte da reprodução e transformações das práticas socioculturais e argumenta que devido à diversidade de maneiras de interagir com o mundo existem múltiplas realidades. Segundo o autor

as comunidades reproduzem tradições e modelos na medida em que esses provam de ser capazes de satisfazer as necessidades, interesses e aspirações dos seus membros. Perante as transformações que ocorrem no mundo, os membros das comunidades adaptam seus modelos vigentes ou constroem novos modelos para nortear a prática, de forma que suas necessidades, interesses e aspirações sejam satisfeitos. Desta maneira, uma comunidade, tanto em resposta ao mundo quanto na construção do mesmo, reproduz e transforma sua prática, suas crenças e seus modelos (BEAN, 2005, p. 2).

Percebe-se uma “transformação” nas ideias de Bean (2005), quando faz uma distinção entre os termos mundo e realidade, argumentando que *mundo* é “a totalidade do biológico e do não biológico, do orgânico e do não orgânico, do animado e do inanimado, bem como as relações entre eles e suas construções, sejam elas materiais ou abstratas” (p.2). Já *realidade* “é nossa interação com o mundo material e abstrato que, da nossa parte, é uma unidade de ação mental, física e comunicativa fundamentada nas atividades e conceituações sócio-culturais de uma variedade de comunidades” (p. 2). Para o autor a compreensão com o mundo só pode ser entendida quando as tradições socioculturais e a variedade de linguagens que fazem parte do agir no mundo também forem compreendidas. Já a atividade de modelar “faz parte da estruturação ou da construção da realidade de uma comunidade” (p. 05).

A concepção de Bean em relação à Modelagem Matemática foi-se construindo por meio de estudos e experiências ao longo dos anos e nas atividades citadas nos parágrafos anteriores. Já se percebe uma “mudança” na base conceitual da modelagem na concepção deste autor. Enquanto Bean (2001) aborda hipóteses e aproximações simplificadoras na construção de modelos nos moldes da Matemática Aplicada, assumindo a ideia de que os modelos aproximam a realidade como ela realmente é, o autor, em 2009, por exemplo, se

fundamenta em premissas e pressupostos segundo os objetivos de quem modela. Modelos são para o autor “construções humanas”, criadas no intuito de nortear nossa interação com o mundo, ou seja, nossa realidade histórica, social e culturalmente situada; subentende-se que tanto o mundo físico como o interpessoal têm papéis ativos nessa interação (BEAN, 2007, p.47-48).

Segundo Bean (2007), a Modelagem Matemática é contextualizada como um caso particular da modelagem humana. Reforça ainda que “modelamos utilizando uma variedade de meios de expressão e comunicação, ou seja, linguagens” (p. 35). Assim, a modelagem tem como propósito a transformação da realidade. Não obstante, Bean (2007), acredita que “as concepções a respeito do que é a modelagem matemática partem de uma descrição das atividades do profissional da matemática aplicada” (p.35), mas para adequar-se à realidade e aos objetivos educacionais, como por exemplo, motivação dos alunos, compreensão de conteúdos matemáticos, abordagem de situações cotidianas e problemáticas socioculturais, tais atividades sofreram modificações e adaptações.

De acordo com Bean (2007), o mundo, a cultura e a sociedade estão em constante movimento e ao ensinar por meio da modelagem, com intuito de transformar ou reconstruir práticas socioculturais, de acordo com premissas e hipóteses¹⁵ fundamentadas em valores sociopolítico-culturais, também estará ensinando a criação de uma consciência desses valores, premissas e pressupostos.

Ensinamos que as transformações abrem dissonâncias entre a prática sociocultural e a satisfação de necessidades, interesses e aspirações. Para amenizar a dissonância, ajustamos nossos modelos para que eles sejam capazes de nortear nossas atividades de forma compatível com as necessidades, os interesses e as aspirações. Ensinamos que às vezes é necessário, além de ajustar os modelos, questionar as premissas, hipóteses e valores que os fundamentam. Para isso ensinamos habilidades de análise: para questionar nossa própria herança sociocultural. E, quando for necessário, propor premissas e hipóteses diferenciadas para fundamentar a construção de novos modelos e transformar nossa interação com o mundo, transformar nossa realidade (BEAN, 2007, p.55,56).

Segundo Bean (2009, p. 07) um modelo matemático é “uma construção simbólica conceitual (construto conceitual), expressa principalmente na linguagem matemática, que auxilia na interpretação/compreensão e/ou tomada de decisões”. Além disso, afirma que ao considerar um modelo, os objetivos de quem o criou, devem ser levados em consideração, assim como as relações de poder, subjacentes em sua construção, visto que o modelo geralmente é utilizado como padrão ou parâmetro para decisões.

¹⁵ Atualmente Bean utiliza as noções de “pressupostos” no lugar de hipóteses por entender pressuposto como um termo que adequa às ciências exatas.

Assim, como um modelo remete a premissas, pressupostos, objetivos e valores, nenhum modelo pode ser considerado verdadeiro nem falso. O que importa é que o modelo sirva para as atividades respectivas de seus criadores, ou seja, práticas em culturas ou comunidades diferentes podem remeter objetivos também diferentes.

Quanto à reprodução e transformação da realidade Bean (2007) entende que reprodução da realidade é a “continuidade das atividades de uma comunidade, de maneira que sua interação com o mundo seja norteadada por conceituações e modelos que se fundamentam nas premissas e hipóteses tradicionais da comunidade” (p. 39). Já com relação à transformação da realidade “as atividades da comunidade se transformam, de maneira que sua interação com o mundo seja norteadada por conceituações e modelos que se fundamentam em premissas e hipóteses diferenciadas daquelas que fundamentam os modelos tradicionais” (p.39).

Neste aspecto, embora a aplicação de modelos e a modelagem compartilhem competências e habilidades inter-relacionadas, possuem exigências, propósitos e efeitos diferenciados. Enquanto a aplicação reproduz a realidade por utilizar modelos vigentes nos quais os recortes, pressupostos e premissas tradicionais estão já estabelecidos, a modelagem por sua vez, transforma a realidade, ou seja, muda a compreensão de fenômenos, ou transforma o enfoque desse entendimento, por meio de novas premissas ou pressupostos.

Pelos trabalhos analisados, em relação ao processo para fazer Modelagem Matemática no contexto da sala de aula, este autor aponta que a princípio não tem regras predefinidas. Na análise dos questionários (apresentada no capítulo 4) esta abordagem será retomada.

4 O QUE NOS APONTAM OS AUTORES PARTICIPANTES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA: INTERPRETAÇÕES GERAIS

No esforço para compreender a realidade, somos como um homem tentando entender o mecanismo de um relógio fechado. Ele vê o mostrador e os ponteiros, ouve o seu tique-taque, mas não tem meios para abrir a caixa. Se esse homem for habilidoso, poderá imaginar um mecanismo responsável pelos fatos que observa, mas nunca poderá ficar completamente seguro de que sua hipótese seja a única possível.
(Albert Einstein)

Após as interpretações de trabalhos escritos publicados pelos estudiosos participante desta pesquisa, apresentado no capítulo 3, foi elaborado um questionário com questões abertas abordando eventuais dúvidas existentes em relação à pergunta geratriz que orientou esta dissertação. Em busca da compreensão das ideias apontadas pelas concepções da Modelagem Matemática admitida pelos estudiosos Biembengut, Burak, Barbosa e Bean, este capítulo resulta na análise das características globais dessas concepções.

Retomando os objetivos desta dissertação, quatro quadros a seguir (quadro 7, 8, 9 e 10) representam as características das concepções dos quatro estudiosos, referentes à elucidação dos questionamentos: O que é Modelagem Matemática? O que é modelo matemático? Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula? Quais são os objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula? Os quadros foram elaborados de forma a organizar e corroborar as informações obtidas nas interpretações das publicações dos autores, as informações obtidas por meio dos questionários abertos e os objetivos que permeiam esta pesquisa.

Na sequência, as concepções de cada autor, categorizadas nos quadros, estão ampliadas e exemplificadas, com vistas a elaborar uma compreensão para a interrogação da pesquisa: Que concepções de Modelagem Matemática existem na comunidade brasileira de educadores matemáticos e que subsídios essas concepções oferecem à Educação Matemática?

Concepção Estudioso	Modelagem Matemática na Matemática Aplicada	Modelagem Matemática na Educação Matemática
Biembengut	É a estratégia usada para se chegar ao modelo matemático. Utiliza-se a modelagem quando há uma situação-problema cujos dados disponíveis não são suficientes para aplicá-los num modelo matemático já existente.	É um método de ensino. Utiliza-se a modelagem no ensino como adaptação da Matemática Aplicada para promover ou ensinar conhecimentos acadêmicos que possam valer às pessoas viverem, sobreviverem, atuarem no meio, em comunidade.
Burak	É o conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.	É uma metodologia de ensino cujo objetivo é possibilitar ao estudante comparar e relacionar os fenômenos do cotidiano com a matemática e assim fazer uso de suas ferramentas para fazer previsões e tomar decisões.
Barbosa	É todo processo de abordagem de um problema real que inclui a formulação de um modelo matemático, em que se elabora um problema que será resolvido pelas teorias matemáticas conhecidas, ou seja, é o processo utilizado para construir modelos em linguagem matemática.	Um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade.
Bean	É uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. O cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador.	É uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. O cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador. (Não existe diferenciação entre a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e na Educação Matemática)

Quadro 7: concepção de Modelagem Matemática na Matemática

Fonte: Elaborado pela autora

Concepção	Modelo matemático
Estudioso	
Biembengut	É a representação do mundo real por meio de linguagem matemática. Pode ser um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução.
Burak	Uma representação em linguagem matemática: geralmente sob a forma de uma equação, inequação, sistema de equações, a planta baixa de uma casa ou um mapa, uma tabela. Na Modelagem Matemática a ideia de modelo fica ampliada, constituindo-se como qualquer representação que permite uma tomada de decisão, como também tabela de supermercado.
Barbosa	O modelo matemático é qualquer representação matemática da situação em estudo.
Bean	É uma construção simbólica conceitual (construto conceitual), expressa principalmente na linguagem matemática, que auxilia na interpretação/compreensão e/ou tomada de decisões.

QUADRO 8: concepção de Modelo Matemático

Fonte: Elaborado pela autora

<p style="text-align: center;">Concepção</p> <p>Estudioso</p>	<p style="text-align: center;">Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula</p>
<p>Biembengut</p>	<p>_ Preferencialmente trabalhada em grupo; _ O professor pode usar outro modelo e adaptá-lo ao contexto em questão (recriar o modelo), ou podem ser criados modelos inéditos a partir de uma situação problemática; _ Pressupõe estudo e interpretação de um tema de alguma área do conhecimento e segue três etapas básicas, subdivididas em duas etapas cada:</p> <p>(1) Interação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento da situação-problema; • familiarização com o assunto a ser modelado. <p>(2) Matematização:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formalização do problema; • Resolução do problema em termos do modelo. <p>(3) Modelo Matemático:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretação da solução; • Validação do modelo.
<p>Burak</p>	<p>_ Preferencialmente trabalhada em grupo; _ Não exige a obrigatoriedade da criação de modelos, mas precisa resultar em tomada de decisões. _ O tema é de escolha dos estudantes _ O processo segue cinco etapas:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) escolha do tema; (2) pesquisa exploratória; (3) levantamento dos problemas; (4) resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema; (5) análise crítica da(s) solução (os).

Quadro 9: Concepção do processo de modelagem matemática na sala de aula

Fonte: Elaborado pela autora

<div style="text-align: center;">Concepção</div> <div style="text-align: left;">Estudioso</div>	Como se faz Modelagem Matemática na sala de aula
Barbosa	<ul style="list-style-type: none"> _ Preferencialmente trabalhada em grupo _ Não exige a obrigatoriedade da criação de modelos _ Pode ser compreendida em consonância com a Educação Matemática Crítica, não se fechando na construção de modelos nem em conteúdos programáticos da Matemática _ Não existe um caminho predeterminado. O professor pode começar pela forma que se sente seguro. Para isso classifica três possibilidades: <ul style="list-style-type: none"> <u>Caso 1:</u> O professor leva para a sala de aula uma situação problemática do dia a dia e os alunos juntamente com o professor buscam caminhos para solucioná-la. Não é preciso que eles procurem dados fora da sala de aula; todo o trabalho se dá a partir da situação e do problema oferecido pelo professor. <u>Caso 2:</u> O professor leva para a sala de aula uma situação problemática do dia a dia. Os alunos coletam as informações qualitativas e quantitativas necessárias para a resolução do problema e, juntos com o professor, simplificam e resolvem o problema. <u>Caso 3:</u> Os alunos participam de todas as etapas, desde a escolha da situação problemática até a resolução desse problema. Os alunos formulam e resolvem problemas, juntamente com o professor. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.
Bean	<ul style="list-style-type: none"> _ Preferencialmente trabalhada em grupo; _ A atividade de construir modelos não implica a necessidade de criar um modelo, só o intuito de construir modelos; _ Não define diretrizes preestabelecidas para o processo, mas pedagogicamente defende a existência de múltiplos caminhos a serem construídos para que os alunos criem modelos. A escolha de um caminho depende da situação e das múltiplas relações envolvendo os estudantes e o professor e pode mudar de acordo com a dinâmica da atividade; _ É importante criar um ambiente ou cenário propício para que os estudantes possam elaborar conceituações criativas diante de uma problemática que abrem para a adoção de premissas e/ou a formulação de pressupostos e possam criar seus próprios modelos

Quadro 9: Concepção do processo de modelagem matemática na sala de aula

Fonte: Elaborado pela autora

Concepção	Objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula
Estudioso	
Biembengut	<ul style="list-style-type: none"> _ Ensinar conteúdos matemáticos; _ Ensinar ao aluno a fazer pesquisas sobre assuntos de seu interesse; _ Promover a criatividade e um bom conhecimento matemático; _ Dar maior aplicabilidade à Matemática; _ Integrar a Matemática a outras áreas do conhecimento; _ Despertar maior o interesse pelo ensino e aprendizagem nos estudantes.
Burak	<ul style="list-style-type: none"> _ Contextualizar os conteúdos matemáticos – entendidos aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles o social, o econômico, o cultural; _ Integrar a Matemática com outras áreas do conhecimento; _ Favorecer o trabalho em grupo; _ Romper com a visão linear do currículo – se constitui em umas das características mais importantes da modelagem, pois com ela não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário; _ Despertar nos estudantes a habilidade de comparar e relacionar os fenômenos do cotidiano com a Matemática e assim fazer uso de suas ferramentas, de suas linguagens, fazer previsões e a tomar decisões.
Barbosa	<ul style="list-style-type: none"> _ Potencializar a intervenção dos estudantes nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas; _ Alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas a partir de uma análise sobre o papel dos modelos matemáticos nas ciências e na sociedade, de onde extraem implicações para as práticas pedagógicas; _ Desenvolver nos estudantes habilidades para reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da Matemática na sociedade; _ Desenvolver nos estudantes a percepção do caráter cultural da Matemática; _ Teorizar as implicações dos estudos críticos sobre o papel da Matemática na sociedade, ou seja, oportunizar a reflexão sobre o poder formatador da matemática (priorizado pelo autor).
Bean	<ul style="list-style-type: none"> _ Promover a criação de uma consciência de valores das práticas sociopolítico-culturais fundamentadas em premissas e pressupostos; _ Promover nos estudantes a capacidade de nortear atividades de forma compatível com as necessidades, os interesses e as aspirações. Ou seja, ensiná-los que é necessário, além de ajustar os modelos, questionar as premissas, pressupostos e valores que os fundamentam e, se não são adequados, propor premissas e/ou pressupostos diferentes; _ Promover a capacidade tanto de reproduzir quanto criar, ou seja, transformar situações da realidade.

Quadro 10: Concepção dos objetivos da modelagem matemática na sala de aula

Fonte: Elaborado pela autora

Pode-se dizer que a análise das informações teve início na própria coleta, visto que à medida que os escritos dos quatro estudiosos – participantes da pesquisa – eram lidos, também eram feitas anotações para identificar categorias, tendências, características, relações, semelhanças e diferenças entre suas concepções e perspectivas em relação à Modelagem Matemática. As questões que compõem os questionários também foram elaboradas de forma a sanar dúvidas e/ou corroborar interpretações dos artigos, dissertações e teses. O conjunto de dados deste estudo é composto, pois, das publicações analisadas de cada estudioso participante – que resultaram nas primeiras análises a respeito de concepções dos estudiosos descritas no capítulo 3 – e das respostas aos questionários aplicados.

Retomando as categorizações descritas nos quadros apresentados, a próxima seção tem como proposta expandi-las por meio de um texto preliminar à caracterização do documentário textual que apresente as particularidades de cada estudioso para a significação e condução de atividades baseadas na Modelagem Matemática.

4.1 Modelagem Matemática segundo concepções de Biembengut

Com uma concepção de modelagem assumida no meio acadêmico, a autora Biembengut é referência nacional e internacional nesta área. Seus trabalhos apontam que atividades de modelagem podem ser adaptadas a qualquer nível de escolaridade, desde o fundamental até o superior. Dois de seus livros¹⁶, utilizados como fontes de informações para este estudo, traz uma série de possibilidades para professores de Matemática interessados em realizar essa modalidade em suas salas de aula. O mesmo pode-se dizer em relação a vários artigos publicados pela autora. Corroborando as ideias apresentadas por Biembengut em resposta ao questionário (apêndice 2) com as impressões especificadas no capítulo 3 referentes às peculiaridades observadas nas concepções desta autora sobre a Modelagem Matemática, algumas considerações podem ser tecidas.

Pesquisadora da área desde 1986, Biembengut concebe a Modelagem Matemática em termos semelhantes à Matemática Aplicada, mas diz que os objetivos são distintos e que é

¹⁶ BIEMBENGUT, M. S, HEIN, N.; Modelagem Matemática no Ensino. 3ª ed – São Paulo. ed. Contexto, 2003. 128 p.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004. v. 1. 134 p.

preciso entendê-los por parte. A autora explica que “se utiliza a modelagem quando há uma situação-problema cujos dados disponíveis não são suficientes para aplicá-los num modelo matemático já existente” (BIEMBENGUT, 2011)¹⁷, mas enquanto o objetivo de se fazer modelagem na Matemática Aplicada é criar um modelo matemático que permita solucionar uma situação que possa permitir aprimorar uma teoria, uma técnica, uma tecnologia, um produto, etc., “na educação escolar o objetivo é promover ou ensinar conhecimentos acadêmicos que possam valer as pessoas viverem, sobreviverem, atuarem no meio, em comunidade”.

Para Biembengut, na educação escolar formal há um programa curricular a ser seguido de acordo com a fase escolar, o curso e um propósito da instituição. Não cabe discutir a validade e viabilidade destes programas e quando um professor se propõe a utilizar a Modelagem Matemática na Educação precisamos ter claro qual é a sua intenção. “Nos dias atuais há várias concepções de MM [Modelagem Matemática] na Educação e por conseqüência, intenções. Minha intenção é a de ensinar o estudante em qualquer fase de escolaridade a fazer pesquisa” (BIEMBENGUT, 2011, grifos da autora).

Ao defender a inclusão da Modelagem Matemática no currículo de Matemática, Biembengut afirma que fazer modelagem nas aulas de Matemática implica ensinar o estudante a pesquisar e também ensinar os conteúdos programáticos de Matemática. Assim, a proposta defendida pela autora é que o processo de Modelagem Matemática próprio das Ciências Naturais seja adaptado para a sala de aula, como metodologia de ensino, de tal forma que o estudante aprenda a fazer pesquisa e ao mesmo tempo aprenda os conteúdos matemáticos, programáticos e não programáticos, de acordo com o tempo que o professor dispor para se preparar para ensinar, com o número de estudantes e com as intenções do professor. Segundo Biembengut (2011), fazer com que os estudantes aprendam a fazer pesquisa enquanto aprendem conteúdo, “inclui ensiná-los a julgar, avaliar, decidir tendo como referência que um ‘trabalho’, ou uma ‘criação’ ou uma ‘ação’ vale a pena quando possa ser útil a outrem”.

Além de ensinar conteúdos matemáticos e ensinar a fazer pesquisas, a proposta de Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem também aponta como objetivo para a sala de aula, despertar o interesse dos alunos tanto para a própria Matemática, como para outras áreas do conhecimento, como pode ser apreciado na afirmação a seguir.

¹⁷ Ver apêndice 2.

[...] ao reelaborar um modelo matemático aos estudantes (processo que defendo para se chegar ao conteúdo matemático), pode despertar o estudante a aprender aquele conteúdo (novo para ele até o momento). E ainda, se interessar em saber mais sobre o próprio conteúdo, indo além do proposto no programa.

[...] se o estudante não tem interesse ou não percebe qualquer valor na área em que gosta ou possa lhe interessar. Assim, utilizar a modelação¹⁸ com foco na pesquisa é possível que esta propicie ao estudante o gosto e o interesse por alguma área, percebendo os conteúdos então apreendidos como base ou mesmo ‘instrumentos’ importantes. (BIEMBENGUT, 2011).

Ressalta-se que em consonância com a compreensão de Biembengut a Modelagem Matemática possui objetivos distintos na perspectiva da Matemática Aplicada e na perspectiva da Educação. Em ambas o processo de modelagem exige a chegada a um modelo, mas no caso da sala de aula pode haver a criação de um modelo inédito ou a recriação de um modelo já existente. Seguindo os critérios desta autora, o processo para se chegar ao modelo, entendido como a representação do mundo real por meio de linguagem matemática segue os seguintes passos: (1) reconhecimento da situação-problema → delimitação do problema; (2) familiarização com o assunto → referencial teórico; (3) formulação do problema → hipótese; (4) formulação de um modelo → desenvolvimento; (5) resolução do problema a partir do modelo → aplicação; (6) interpretação da solução – validação do modelo → avaliação.

Os passos seguidos para fazer modelagem [parágrafo anterior] são descritos por Biembengut e Hein (2003, p.13) em três etapas, subdivididas em duas subetapas cada: (1) Interação: reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado, (2) Matematização: formalização do problema e resolução do problema em termos do modelo, (3) Modelo Matemático: interpretação da solução e validação do modelo (ver seção 3.1).

Nesta perspectiva, a Modelagem Matemática com fins educacionais é entendida por Biembengut como um método de ensino e consiste na criação ou (re)criação de modelos. Logo se o professor deseja trabalhar essa atividade em sua sala de aula deve criar condições para que o estudante aprenda a fazer modelos, ou seja, traduzir um problema da realidade para linguagem matemática que possibilite sua solução. Por sua vez, o uso dessa linguagem pode

¹⁸ Modelação é uma adaptação da modelagem para fins educacionais. Na modelação “o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto” (Biembengut e Hein, 2003, p. 29). Nas situações de modelação, em que se procura fazer o estudo de uma dada situação, recorre-se se necessário a ferramentas matemáticas diversificadas.

ser apresentado por meio de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, programa computacional, entre outros.

4.2 Modelagem Matemática segundo concepções de Burak

Autor de várias publicações na área de Educação Matemática sobre Modelagem Matemática, Burak aponta a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino voltada para a prática educativa, com fundamentos estabelecidos nas Ciências Humanas. Nesta perspectiva, concebe a Matemática como um instrumento importante para a formação do jovem estudante em nível de educação básica e suas respectivas modalidades. Seus trabalhos consideram a importância da Modelagem Matemática em qualquer nível de ensino, mas mantém foco na educação básica.

Na ótica de Burak a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões (BURAK, 1992, p.62). No contexto da Educação Matemática concebe-a como uma metodologia de ensino que procura dar ao aluno mais liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo estimulado pela curiosidade e motivação. Sobre sua concepção, Burak afirma que está relacionada à sua maneira de conceber a Educação Matemática e também à forma de conceber o conhecimento. De acordo com Burak (2011), é uma metodologia de ensino porque “contém premissas e essas premissas são da Filosofia, então ao se constituir uma metodologia carrega uma concepção de ciências, de ensino e aprendizagem, de educação e da própria matemática”.

Na educação básica, objeto de referência de suas pesquisas, Burak afirma que a construção de modelos não se faz necessária nem é o fim único da modelagem. A maior importância neste tipo de atividade está focada no processo de construção do conhecimento matemático, ou seja, no ensino e aprendizagem.

Mesmo desvincilhando-se da obrigatoriedade da construção do modelo, o autor sugere que o processo de modelagem na perspectiva da Educação Matemática, desenvolva-se seguindo cinco etapas: (1) escolha do tema; (2) pesquisa exploratória; (3) levantamento dos problemas; (4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; (5) análise crítica da(s) solução(ões).

Esses passos são semelhantes aos que caracterizavam as etapas próprias de modelagem em uma perspectiva da Matemática Aplicada. De certa maneira, a forma como o processo é sugerido para as duas perspectivas são semelhantes, entretanto têm significados distintos. Burak (2011) explica que enquanto uma prioriza a coerência lógica das soluções, a outra prioriza o significado e aplicabilidade da matemática.

A diferença que me parece mais clara entre as etapas é que na primeira [modelagem na Matemática Aplicada] a solução de problemas dá sentido e significado aos conteúdos matemáticos. Na análise crítica da situação ou situações [modelagem como Metodologia de Ensino] se busca o significado a coerência lógica das soluções, adequabilidade à situação estudada e a exequibilidade de uma dada resposta obtida. (BURAK, 2011).

Duas características bastante perceptíveis na Modelagem Matemática na concepção de Burak estão relacionadas à escolha do tema e desenvolvimento do conteúdo. O tema que dá origem às situações-problema, as mais variadas possíveis, é por escolha dos alunos. Esta metodologia de ensino se fundamenta em uma compreensão de ciências, incluindo a Matemática, de ensino e aprendizagem e de educação. E neste sentido que Burak une a reflexão de aspectos relativos à Matemática, à modelagem e ao pedagógico. Quanto conteúdo matemático a ser ensinado, este não determina o tema de estudo e sim o contrário, ou seja, os conteúdos ensinados são aqueles pedidos pelo assunto escolhido pelos alunos. Neste aspecto pode-se dizer que é difícil adotar esta metodologia quando existe um currículo linear preestabelecido.

Em resposta ao questionário aberto (apêndice 3) Burak diz que a “análise crítica do(s) resultado(s) tem um objetivo maior que é o verificar a coerência, a aplicabilidade e adequabilidade à situação em estudo”. Para o autor a análise crítica das soluções deve ser feita no sentido de verificar se uma determinada resposta está em acordo com a situação estudada e também levantar novas hipóteses – matemáticas ou não - sobre a questão em estudo. “Se estamos comparando a viabilidade de se utilizar o álcool ou a gasolina por questão de preços pode-se levantar a questão do meio ambiente, questão da produção da cana sob vários pontos de vistas, social, econômico, cultural, histórico, entre outros” (BURAK, 2011).

Questionado sobre o que gostaria de acrescentar sobre a Modelagem Matemática, Burak ressalta que sua concepção sobre o tema está ligada a uma visão de Educação Matemática embora, no início de suas pesquisas, tenha sido diferente. De acordo com o autor sua concepção foi construída ao longo dos anos, em conformidade com as experiências vividas com e nos cursos que ministrou para professores da educação básica. Para o autor

“[...] não há uma visão melhor ou pior, depende daquilo que cada um dos pesquisadores viveu e vive em relação à Modelagem”. Também existe uma concepção de mundo, de sociedade, de ensino e de aprendizagem, de educação e da própria Matemática.

4.3 Modelagem Matemática segundo concepções de Barbosa

Referência nacional e internacional em Modelagem Matemática, Barbosa concebe-a no contexto educacional como um ambiente de aprendizagem. Em vários de seus trabalhos, o autor afirma que a Modelagem Matemática veio da Matemática Aplicada, mas existem diferenças explícitas entre uma e outra. De acordo com Barbosa (2011), “a principal das diferenças refere-se ao propósito. Enquanto o modelador profissional possui o objetivo mais pragmático, o de resolver um problema, os professores e os alunos estão envolvidos em ambiente pedagógico, portanto, com propósitos de aprendizagem”. O autor também entende que no caso da modelagem, com fins de ensino e aprendizagem, ocorre em ritmos diferentes e a importância maior está no processo em vez do modelo matemático final.

De acordo com Barbosa (2011) o controle das ações no processo de Modelagem Matemática na sala de aula não é tão rígido quanto ao padrão comunicativo, a linguagem utilizada entre outras ações exigidas do modelador profissional. Em relação à concepção de “Matemática” o autor afirma que a utilização da expressão “referência na realidade” sugere uma diferença em relação à expressão “mundo real”, ou seja, quando utiliza referência na realidade está concebendo a Matemática como parte da realidade. Mas por compreender que esta nomenclatura pode gerar uma dificuldade filosófica de compreensão, ultimamente adota as expressões “situações do dia a dia, do mundo do trabalho e das ciências”.

Em relação às diferentes maneiras de conceber a Modelagem Matemática no cenário nacional, Barbosa (2011) afirma que não considera importante definir a maneira que o professor entende “o que é Modelagem Matemática”, o mais relevante é compreender o que acontece quando a modelagem matemática é implementada na sala de aula, seja lá o que se entenda por isto. Ainda de acordo com Barbosa (2011), “precisamos deixar de sermos prescritivos e sermos mais descritivos em relação à conceitualização do ambiente”. A afirmação do autor sugere que mais importante que definir Modelagem Matemática como um

método, uma metodologia, ou qualquer outra concepção, é perceber os benefícios que ela pode trazer ao contexto da sala de aula.

Quanto ao modelo matemático, Barbosa (2007) concebe-o como “qualquer representação matemática da situação em estudo” (p. 161). Mas afirma que, na sala de aula, o importante nas atividades de Modelagem Matemática não é chegar a um modelo matemático, mas sim ao processo de investigação por meio da Matemática. Isso significa que ao conceber Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem em termos de convite para a investigação, mesmo que estudantes não cheguem a uma representação matemática, aconteceu a Modelagem Matemática “porque o ambiente de aprendizagem está instaurado em termos do convite proposto pelo professor. A forma como os alunos respondem a isto pode ser diversa”.

Favorável à inclusão da Modelagem Matemática na proposta curricular de Matemática para a educação básica, Barbosa (2011) reconhece existir vários objetivos para essa inclusão e sublinha um deles como fundamental que é oportunizar a “reflexão da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade. Particularmente, prefiro sublinhar esta última”. Ainda na concepção deste autor, para fazer Modelagem Matemática na sala de aula, um caminho é começar a implementar modelagem da maneira como o professor sentir seguro. Mas aponta a classificação de três maneiras para organizar o trabalho pedagógico na sala de aula em termos de casos 1, 2 e 3 (ver quadro 9). Sugere ainda que iniciar pelo caso 1 pode dar maior segurança ao professor antes de avançar para os casos 2 e 3.

4.4 Modelagem Matemática segundo concepções de Bean

Dedicado ao estudo da Modelagem Matemática desde o final da década de 1990, Bean possui vários artigos publicados sobre o tema e destaca-se no meio acadêmico por defender uma concepção de modelagem diferente daquelas cujos propósitos remetem a metodologias ou métodos de ensino. Bean concebe a modelagem em termos de premissas e formulação de pressupostos e considera que a modelagem, com o adjetivo “matemática” é no sentido abrangente, “uma atividade, entre uma variedade de possíveis atividades, utilizada para lidar com situações problemáticas empregando a linguagem matemática” (2007, p. 48).

Bean acredita que a ênfase que coloca nas premissas e nos pressupostos é o que caracteriza suas ideias a respeito da modelagem em relação aos outros autores, mas entende

que sua concepção seja coerente com variedade de metodologias e pode ser encaminhada na sala de aula como atividade de modelar. “[...] a modelagem na concepção de premissas e pressupostos é a mesma modelagem do matemático aplicado, a mesma daquela que Skovsmose refere ao discutir a formatação de atividades socioeconômicas, e ainda, a mesma daquela do estudante modelador do Ensino Fundamental.” (BEAN, 2011). O autor também acentua que “modelar é formatar e estruturar nossa realidade pela construção de modelos”. Essa concepção aponta para que modelos matemáticos são construtos criados para orientar a interação das pessoas com o mundo.

Fazer modelagem na concepção de Bean envolve a formulação de novas premissas e/ou pressupostos que compõem um recorte da realidade ao abordar um novo problema e o modelo em si depende dos objetivos de quem modela. As premissas significam o princípio que guia o pensamento do modelador, consciente ou inconscientemente, na construção do modelo. Já o pressuposto é uma afirmação feita a respeito de um aspecto mais específico a uma dada situação e aos objetivos do modelador. Pode-se dizer que a premissa é uma ideia adotada pelo modelador, enquanto o pressuposto é determinado pelo modelador. E, segundo Bean “o modelador não tem pretensão de comprovar seus pressupostos, entretanto, eles devem ser coerentes com as premissas ou, pelo menos, não contradizê-las”.

Ao defender a inclusão da modelagem no currículo escolar, Bean justifica que um dos objetivos da Educação é a reprodução das práticas socioculturais, que por sua vez são norteadas por modelos, sejam matemáticos ou outros. Assim quando um professor propõe aos estudantes realizem atividades de modelagem, no sentido de “premissas e pressupostos”, ele também está propondo ensinar aos alunos atitudes e valores que os conscientizem a respeito de premissas e pressupostos em modelos socioculturais e a reconhecer que premissas e pressupostos possam ser diferentes do que os tradicionais. “Ao propor um conjunto de premissas e pressupostos diferente do que tradicionalmente empregado, eles estão propondo transformação”, entendido por Bean (2011) também como objetivo da Educação.

Quanto ao processo para se fazer modelagem na sala de aula, Bean considera que “é importante criar um ambiente ou cenário propício para que os estudantes possam elaborar conceituações criativas” e criar seus próprios modelos frente a situações problemáticas que abrem para a adoção de premissas e / ou a formulação de pressupostos. Pedagogicamente, Bean assinala que existem múltiplos caminhos a serem adotados na atividade de modelar e que a escolha de um ou outro caminho em si depende da situação e de múltiplas relações envolvendo os estudantes e o professor. O caminho pretendido pode mudar de acordo com a dinâmica da atividade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A arte de ensinar encontra-se no mais amplo sentido na arte de aprender a ensinar a cada dia. Aprender com as pessoas que estão ao nosso redor e, numa espécie de troca de saberes, vamos pouco a pouco aquilando nossos saberes. Isso pode nos proporcionar todo encantamento por esta profissão – ser professor – que faz parte da vida ordinária das pessoas. E, por assim, ser lembrado, o que implica em estar em constante interação de ser pessoa, tornar-se lembrado por si e por outros (BIEMBENGUT, 2011).

Esta pesquisa, como relatado em seu início, ancorou-se na busca de respostas para indagações e questionamentos que surgiram na medida do envolvimento de uma professora de Matemática e seu interesse pela Modelagem Matemática para fins educacionais. O interesse pela Modelagem Matemática desenvolvida em sala de aula levou-a a buscar mais conhecimentos sobre a temática por meio da literatura existente. O aprofundamento nas leituras sobre a temática trouxe compreensões a respeito da existência de concepções diferenciadas sobre modelagem e também trouxe novas inquietações em relação às diferenças e/ou semelhanças dessas concepções, bem como suas contribuições para a Educação Matemática.

Ao retomar a pergunta geratriz desta pesquisa “Que concepções de Modelagem Matemática existem na comunidade brasileira de educadores matemáticos e quais são os subsídios dessas concepções para a Educação Matemática?”, talvez não seja possível responder definitivamente nem completamente à questão, mas a partir das reflexões realizadas algumas considerações podem ser feitas a guisa de conclusões desta dissertação. As discussões aprofundadas com os estudiosos participantes desse estudo tornaram possível refletir e aprender coisas novas sobre modelagem e conhecer algumas das maneiras de concebê-la.

Um consenso percebido nas diferentes perspectivas dos quatro colaboradores é que a Modelagem Matemática traz contribuições positivas para a sala de aula. As singularidades de suas concepções ficam focadas nas maneiras de condução do processo de modelagem e nas significações do termo. São concepções que revelam a originalidade de seus autores na criação de propostas que “direcionam” a chamada Modelagem Matemática. Foi possível identificar nas concepções dos participantes, inseridas nos trabalhos escritos e nas respostas

ao questionário, alguns dos fundamentos que estão por trás da escolha de trabalhar modelagem de uma ou outra maneira.

De maneira geral, os participantes apontam que práticas de investigação desenvolvidas por modeladores profissionais podem ser trazidas para a sala de aula, gerando uma oportunidade para a investigação, reflexão sobre modelos vigentes na sociedade e desenvolvimento de valores, além de despertar o interesse pelo conhecimento matemático ou não, programático ou não.

Percebe-se pelas ideias dos participantes que há um "tratamento" diferenciado na maneira como cada um dos estudiosos concebe Modelagem Matemática. Eles têm pontos de partida semelhantes no que diz respeito às primeiras experiências com Modelagem Matemática derivar da Matemática Aplicada, mas ao longo de suas pesquisas adquiriram concepções diferentes para conceituar Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática. Para Biembengut, modelagem é um método de ensino. Para Burak, uma metodologia de ensino. Para Barbosa, um ambiente de ensino e aprendizagem e para Bean um atividade humana com noções de premissas e pressupostos.

Os quatro participantes são unânimes ao afirmar que são favoráveis à inclusão da Modelagem Matemática na proposta curricular de Matemática para a Educação Básica. Quanto aos objetivos para inclusão da Modelagem Matemática no ensino de Matemática, há certa concordância entre os estudiosos em relação à crença de que certas habilidades como saber investigar, tomar decisões, refletir sobre o papel da Matemática e dos modelos na sociedade, analisar, entre outras, são favorecidas por atividades de modelagem.

Um dos objetivos não compactuados é em relação à linearidade dos conteúdos programáticos. Enquanto Burak defende a quebra da linearidade dos conteúdos programáticos, Biembengut defende a adaptação da modelagem para a sala de aula de forma a favorecer a abordagem dos conteúdos programáticos. Sobre esta questão de linearidade ou não dos conteúdos programáticos, Barbosa e Bean entendem que depende dos objetivos, segundo os quais atividades de modelagem são propostas na prática da sala de aula.

Em relação ao caminho adotado para fazer modelagem, pode-se dizer que orientações de Biembengut e Burak aproximam-se quando sugerem etapas a serem seguidas no desenvolvimento do processo. Entretanto possuem orientações diferentes quanto à necessidade de chegar a um modelo. No entendimento de Biembengut faz-se necessária a construção ou a reconstrução de um modelo. Já para Burak essa não é necessariamente uma obrigatoriedade. Ainda em relação à questão “como fazer Modelagem Matemática” Barbosa categoriza atividades de modelagem na sala de aula dentro de três possibilidades: casos 1, 2 e

3 (ver quadro 10), já Bean não aponta etapas sequenciais para a realização de atividades na sala de aula. Acredita que existem diretrizes para isso, porém a avaliação de como utilizá-las cabe ao professor diante de cada caso em especial. A diferença é que para Barbosa a modelagem é uma tarefa para ser realizada por estudantes e professor. Já para Bean cabe aos alunos a tarefa de modelar. Ao professor cabe a orientação.

É em conformidade com o próprio conhecimento, com as experiências individuais e coletivas, adequação de ideias e concepções do ensino e da própria Matemática que professores encontram experiências positivas e desafiadoras no campo da Modelagem Matemática. Para uns a experiência abre um novo olhar no espaço sala de aula. Para outros representa uma forma de facilitar o ensino e aprendizagem de Matemática. Para alguns ainda oferece a oportunidade de refletir sobre questões da sociedade, sobre valores e objetivos. Se concepções se formam por meio das vivências e experiência de cada um é, pois, de se esperar que nos mesmos tratamentos se façam as contribuições da modelagem para a Educação Matemática.

Das reflexões feitas nesta pesquisa sobre Modelagem Matemática e de experiências vivenciadas em salas de aula, é possível delinear algumas indicações para a prática do “fazer modelagem” na sala de aula de Matemática como desencadeadora de momentos de aprendizagem:

- 1) Ao trabalhar Modelagem Matemática, é importante valorizar suas raízes filosóficas e sua evolução como ciência.
- 2) Considerar a realidade, na qual educador e estudantes estão inseridos, é relevante em atividades de modelagem.
- 3) Existem maneiras diferentes de conceber e fazer Modelagem Matemática. Contudo, é importante trabalhar modelagem seguindo sem considera-la um receituário "pronto e acabado".

De acordo com Mendonça (1993, p. 75), "todo projeto pedagógico tem a necessidade de: 1) uma orientação filosófica que justifica e norteia as estratégias para atingir o conhecimento e 2) uma ação ideológica, que avalia politicamente os encaminhamentos escolhidos".

Ao focar o termo "fazer modelagem", não há intenção de propor nenhuma dicotomia que resulte na ideia que este "fazer" se divida em uma etapa de reflexão e outra, distante, de ação; ação e reflexão acontecem de maneira interligada. Também não é propósito defender a ideia de que quando um professor decide trabalhar Modelagem Matemática em sua sala de aula, ele deva obrigatoriamente fazer no sentido de ensinar modelagem ao aluno. Ele pode, se assim o desejar e se seus objetivos são substanciados para essa prática, mas, no contexto da sala de aula, é também importante ensinar por meio da modelagem.

Ao propor atividades de Modelagem Matemática para a sala de aula, importante ter clareza das intenções que se tem ao trabalhar tais atividades. Se o objetivo é ensinar conteúdos matemáticos programáticos, por exemplo, cabe a escolha de uma maneira de trabalho. Se o objetivo é refletir sobre o poder dos modelos matemáticos na sociedade, talvez caiba outra maneira de trabalho. O primado ao apontar diferenças sobre concepções de Modelagem Matemática entre os estudiosos é compreender parte de uma ciência em desenvolvimento, de modo que haja no decorrer do trabalho reflexões em termos de exemplos e consulta. Ressalta-se que as concepções levantadas nesta pesquisa não são únicas, pois foram identificadas de uma amostra de estudiosos, porém cada uma delas poderá ser assumida e expandida a novos contextos e a partir de novas experiências vividas com a prática da modelagem, outras dimensões poderão ser identificadas.

Entende-se por este estudo que toda prática de Modelagem Matemática pode ser válida e não existe uma melhor ou pior que outra. O que existem são afinidades de ideias, propósitos e crenças. A proposta é fazer com que alunos entendam que a Matemática é uma ciência criada pelo homem e como qualquer ciência tem a função de facilitar nossas vidas e deve ser usada neste sentido. Quanto à Modelagem Matemática, acredita-se que ela possa trazer contribuições favoráveis ao ensino e aprendizagem da Matemática seja em qualquer nível de ensino, seja em acordo com qualquer maneira de concebê-la.

REFERÊNCIAS

ABDANUR, P., BARBIERI, D. D., BURAK, D; Modelagem Matemática; Ações e interações no Desenvolvimento de um tema. In: **I EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2004**, Londrina. Anais do I EPREM. Londrina: UEL, 2004.

ALBÉ, M. Q.; GROENWALD, C. Proposta de trabalho em modelagem e simulação matemática. In: **Revista de Educação Matemática**. Ano 8, n 3, p.41-50. São Paulo. SBEM, 2001.

ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWAMDSZNADJDER, F **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 203 p., 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR14724**: informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10520**: informação e documentação: apresentação de citações em documentos. Rio de Janeiro, 2002.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. (Tese de Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. **Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

ARAÚJO, J. L. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas em Modelagem Matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p.17-32.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 23, p. 79-95, 2005.

BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. In: **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.69-85, jul. 2009a. ISSN 1982-5153

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. In: **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008c. Disponível em: http://www.ulbra.br/actascientiae/edicoesanteriores/Acta_Scientiae_v.10_n.1_2008.pdf (Acesso em 01/ 08/ 2010).

BARBOSA, C. I. de C.; OLIVEIRA, M. L. C. Modelagem matemática: como o conhecimento prévio dos alunos interfere na construção do modelo matemático. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 3, 2008,

Guarapuava. Anais... Guarapuava: UNICENTRO, 2008 a. 1 CD-ROM. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Acesso em: 10/ 05/ 2010.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p.161-174.

BARBOSA, J. C. Sobre a pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2007 d, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM, p. 82-103.

BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006a, Águas de Lindóia. **Anais...** Recife: SBEM, 2006. 1 CD-ROM. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Acesso em: 10/ 05/ 2010

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática em cursos para não-matemáticos. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos e propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004 d. p. 63-83. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Acesso em: 10/ 05/ 2010

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004c. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Acesso em: 10/ 05/ 2010

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004b. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004 a. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003 d. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2003 b, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva, Erechim (RS)**, v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003 a.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os futuros professores. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25, 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001 a.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001c, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C., **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**, (Tese de Doutorado) – UNESP - Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? In: **Zetetiké, Campinas**, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006. 389 p.

BEAN, D. W. Modelagem: uma conceituação criativa da realidade. In: Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4, 2009, Ouro Preto 4, Ouro Preto – MG. **Anais...** Universidade Federal de Ouro Preto – Ouro Preto, abril 2009b. p. 90-104.

BEAN, D. W. Práticas Culturais e Modelos Matemáticos. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 6, 2009. **Anais...** Londrina, novembro 2009b.

BEAN, D. Uma Mudança na Base Conceitual. In: Conferência Nacional de Modelagem Matemática. **Anais...** Ouro Preto: UFOP, 2007. p.35-58. 1 CD-ROM.

BEAN, D. Realidade como interação com o mundo. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 4, Feira de Santana – BA. **Anais...** Universidade Estadual de Feira de Santana – Feira de Santana, 2005. 10 p.

BEAN, D. W. Modelagem na Linguagem Fractal. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. 2004. **Anais...** Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2004. 1 CD-ROM.

BEAN, D. W. Modelagem na Perspectiva do Pensamento. In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, 3, 2003. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM.

BEAN, D. W. O que é modelagem matemática? In: **Educação matemática em Revista**, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, abr, 2001.

BEAN, D. W. Modelagem Matemática na Cinemática: A Curva de regressão em Busca da Velocidade Instantânea. In: Encontro Nacional de Educação Matemática 6, 1998. **Anais...**, São Leopoldo, UNISINOS. 1998. p. 221-222.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N., LOSS, G., **Modelagem Matemática no Ensino de Matemática na Engenharia**. 2010. Disponível in: <http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes/21GABRIELSCHNEIDERLOSS.pdf> (acesso em 01/ 06/ 2010).

BIEMBENGUT, M. S.; LOSS, G. S. Interação do professor com a modelagem matemática. In: X Encontro nacional de educação matemática, 2010, Salvador. **Anais do X ENEM**, 2010.

Disponível em <http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes>. Acesso em 01/ 06/ 2010.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S., FARIA, T. M. B. Modelagem Matemática na Formação De Professores: Possibilidades e Limitações. In: **IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE; III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia**, 26 a 29 de outubro de 2009, PUCPR, p. 96- 109. Disponível in: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3022_1552.pdf (acesso em 15/ 07/ 2010).

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro**. Relatório de Iniciação Científica - Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico Científico – CNPq, 2007.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. L. (Org.) **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. São Paulo: SBEM. 2007 v.3, p. 33-47.

.BIEMBENGUT, M. S. **História da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro**. 2006. (palestra). Disponível no site: <http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Historia-da-Modelagem-Matematica.pdf> (acesso em 25/ 08/ 2010)

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3ª. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S., SCHIMITT, A. L. F., Mapeamento das Produções Acadêmicas de Modelagem Matemática no Ensino de Autores Brasileiros. In: **IX Congresso Educacional de educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia** (26 a 29 de outubro de 2009) –PUCPR. Disponível in: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3022_1552.pdf (acesso em 15/ 07/ 2010).

BIEMBENGUT, M. S., DOROW, K. C. **Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil**. In: *Dynamis revista tecno-científica* ISSN-1982-4866 (jan-mar/2008) n.14, vol.1, 54-61. Disponível em: <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/viewFile/651/573> (acesso em 30/10/ 2010).

BIEMBENGUT, M. S.; MARTINS, R. **Mapeamento dos programas curriculares de Modelagem Matemática dos Cursos de Formação de Educadores de Matemática (licenciaturas) do Brasil**. Relatório Parcial de Iniciação Científica. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC/FURB, 2007.

BIEMBENGUT, M. S.. **Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro**. Projeto de Iniciação Científica – Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico Científico – CNPq, 2005.

BIEMBENGUT, M. S., VIEIRA, E. M., FAVERE, J. Considerações Históricas Sobre a Modelagem Matemática no Brasil. In: III Congresso Nacional do Ensino da Matemática. **Anais...**Canoas, 2005.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004. v. 1. 134 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática**. Tese de Pós - Doutorado, USP, São Paulo - SP, 2003.

BIEMBENGUT, M. S, HEIN, N.; **Modelagem Matemática no Ensino**. 3ª ed. – São Paulo: Contexto, 2003. 128 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular**. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Brasil, 1997 (Tese de Doutorado).

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1o e 2o graus**. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Brasil, 1990 (Dissertação de Mestrado).

BORBA, M. C., SKOVSMOSE, Ole. **A Ideologia da Certeza em Educação Matemática**. In: Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. 3ª ed – Campinas, São Paulo: Papirus. 2001. (Coleção: Perspectivas em Educação Matemática)

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BUENO, V. C., **Funções e Modelagem Matemática: Uma Experiência com Alunos da 8ª Série do Ensino Fundamental**, UFOP, Ouro Preto – MG, 2006. (Monografia de Especialização)

BUENO e REIS, **Modelagem Matemática e Ensino e Aprendizagem de Conceitos nos Ensinos Fundamental e Médio**. IN: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte – MG, Anais... 2007.

BURAK, D; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma trajetória. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais...** IX ENEM. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p 1-19. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

BURAK, D. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: **II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação

Matemática, 2006. p. 1-9. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

BURAK, D.; BARBIERI, D. D. Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa. **In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana: UEFS, 2005. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM-Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática, 2004, Londrina. **Anais...do I EPMEM**, 2004. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

BURAK, D. Modelagem Matemática: experiências vividas. **In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005**, Feira de Santana - BA. UEFS, 2005. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010.

BURAK, D. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática**. Pró-Mat. – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. In: **Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. Santa Catarina, v. 2, n. 2, p.33-54, jul 2009.

CIFUENTES, J. C., NEGRELLI, L. G. N., Modelagem Matemática e o método axiomático. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p.63-77.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade a ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2ª edição Campinas: Unicamp; São Paulo: SUMMUS, 1986, 115p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A era da consciência**. São Paulo: Editora Fundação Petrópolis, 1997.

DUARTE, R. Pesquisa qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo. **Cadernos de Pesquisa**, n.115, p.139-154, março, 2002. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/cp/n115/a05n115.pdf>. Acesso em 16/10/2010.

FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? **IN: BORBA, M. C., ARAÚJO, J. L. (orgs), Pesquisa qualitativa em educação matemática.** – Belo Horizonte: autêntica 2004. (Coleção: Tendências em Educação Matemática)

GARNICA, A. V. M., Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. In: **Educação e Pesquisa** vol.34, n. 3, São Paulo Sept./Dec. 2008 ISSN 1517-9702. Disponível em http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022008000300006.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. IN: BORBA, M. C., ARAÚJO, J. L. (orgs), **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** – Belo Horizonte: Autêntica, 2004.p. 77-98. (Coleção: Tendências em Educação Matemática)

HERMINIO, M. H. G. B. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática.** UNESP. - Rio Claro/ SP. 2009. 139 f. (Dissertação de Mestrado).

GURGEL, I; PIETROCOLA, M. Modelos e Realidade: As explicações acerca do calor no século XVIII. In: X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física - EPEF, 2006, Londrina. **Anais...do X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física - EPEF, 2006.** Disponível em : <http://www.ciencia.iao.usp.br/tudo/busca.php?key>. Acesso em 10/12/ 2010.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula.** 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

JACOBINI, O. R; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. In: **Bolema. Boletim de Educação Matemática,** Vol. 199, n 25 (2006). Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1876/1653>. Acesso em: 25 Abr. 2011.

JAPIASSÚ, Hilton, **Dicionário Básico de Filosofia,** terceira edição revista e ampliada: Jorge Zahar Editor Rio de Janeiro 2001. Disponível em <http://pt.scribd.com/doc/6700769/Dicionario-Basico-de-Filosofia-Hilton-Japiassu-e-Danilo-des>.(acessado em 29/06/2011).

KAISER. G., SRIRAMAN, **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 2006, v. 38(3), 302-310.

KLÜBER, T. E., BURAK, D. **Concepções de modelagem matemática: Contribuições Teóricas,** IN: Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

KLÜBER, T. E; BURAK, D. Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais...IX ENEM.** Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p 1-19. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Modelagem Matemática: uma experiência concreta. **In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005,** Feira de Santana

- BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana - BA: UEFS, 2005.

MACHADO JÚNIOR, A.G., **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: Ação e resultados** – Universidade do Pará, Belém, 2005 (Dissertação de Mestrado).

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em ambiente de modelagem.** (Dissertação de Mestrado) UNESP, Rio Claro, 2004.

MINAS GERAIS. **Proposta Curricular de Matemática para a Educação Básica** – Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, 2007 (CBC).

PATROCÍNIO Jr, C. A. Modelagem Matemática: Algumas formas de organizar e conduzir. In: **VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Recife/PE, julho de 2004.

PINTO, Alice Regina et al. **Manual de normalização de trabalhos acadêmicos.** Viçosa, MG, 2011. 88 p. Disponível em: <<http://www.bbt.ufv.br/>>. Acesso em: 30/ 10/ 2011.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 1, p. 1, 2008.

PONTE, J. P. (1992) **Concepções dos professores de Matemática e Processos de Formação.** Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-PT/92.ponte\(Ericeira\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-PT/92.ponte(Ericeira).doc) Acesso em 15/ 11/ 2010

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática: os desafios de uma área de conhecimento em construção**, 2005. (Apresentação de Trabalho/Conferência ou palestra). Disponível em: mariantonia.locaweb.com.br/educacao_matematica.ppt. Acesso em 15/ 11/ 2010.

ROZAL, E. F. **Modelagem Matemática e os Temas Transversais na Educação de Jovens e Adultos.** UFP. Belém, 2007 (Dissertação de Mestrado).

SILVEIRA, Everaldo, **Modelagem Matemática em Educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações.** 2007. 197 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, 2007.

SKOVSMOSE, O., **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica.** Trad. Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. Campinas, SP: Papirus. 2008 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade.** Trad. Maria Aparecida V. Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007. 304 p.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: A questão da democracia.** Campinas, SP: Papirus, 2001, 3ª ed. 160 p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p.66-91, 2000.

APÊNDICE 1 – Termo de Esclarecimento

TERMO DE ESCLARECIMENTO

Ilustríssimo(a) Sr(a) Doutor(a) _____

Após levantamento de pesquisas realizadas sobre as concepções de modelagem existentes na comunidade brasileira de educadores matemáticos e de contínuas conversas, o Prof. Dr. Dale Willian Bean, orientador da minha dissertação e professor do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, venho convidá-lo a participar de uma pesquisa que estou desenvolvendo, Vilma Candida Bueno, intitulada *Concepções de Modelagem Matemática na comunidade brasileira de educadores matemáticos e subsídios que essas concepções oferecem para a Educação Matemática*. Nessa pesquisa tenho como objetivo principal articular aspectos metodológicos e teóricos que fundamentam algumas das concepções de Modelagem Matemática na comunidade brasileira de educadores matemáticos e, com base nestes aspectos, delinear possíveis contribuições educacionais dessas concepções.

Participará dessa pesquisa um total de quatro estudiosos que integram a comunidade brasileira de educadores matemáticos que discorrem sobre a Modelagem Matemática na sala de aula. As pesquisas teórico-bibliográficas sobre a temática vêm sendo realizadas desde o início de 2010 e constarão de discussões reflexivas e interpretativas sobre a Modelagem Matemática, suas raízes, suas concepções, contribuições para o ensino e aprendizagem e subsídios para a Educação Matemática.

Caso o(a) senhor(a) aceite esse convite para participar como um(a) dos quatro estudiosos, deve assinar e datar o termo de consentimento (outro arquivo), que garante sua autorização para que suas respostas ao questionário sejam utilizadas como parte integrante de nossa pesquisa. Como é um tema que pode ser visto sob várias perspectivas, orientanda e orientador deixam claro que a análise das informações cedidas será feita sob uma ótica qualitativa visando observar as contribuições positivas e possíveis ressalvas ocorridas no decorrer do trabalho e no seu final. Esclarece-se ainda que esta pesquisa não busca aprofundar comparações entre os pesquisadores da Modelagem Matemática, nem criticar a concepção de nenhum deles e, sim, uma contribuição para o debate do ensino e aprendizagem de Matemática com a contribuição da Modelagem Matemática.

Todos os cuidados serão tomados para garantir que nenhum prejuízo seja causado aos estudiosos que aceitarem contribuir com esta pesquisa expondo suas opiniões sobre a

temática, nem à instituição a qual pertencem. Orientanda e orientador também explicam que todos os convidados a responder o questionário, contribuindo para nossa pesquisa, o farão apenas se assim o desejarem, sem terem o nome divulgado caso não aceitem o convite. Com seu aval, além das sínteses elaboradas pelos pesquisadores, seus questionários serão anexados na dissertação. Caso o(a) senhor(a) queira responder o questionário, mas não queira que seu questionário seja utilizado como anexo, seu desejo será respeitado.

Asseguro-lhe, também, que todo o ônus desta pesquisa correrá por conta do pesquisador, isentando o participante colaborador de qualquer ônus.

Ademais, tendo consciência da preciosidade do tempo de cada participante que colaborará com nosso estudo, tanto orientanda quanto orientador reconhecem que poderá vir a ter eventuais incômodos ao aceitar este convite, como tempo despendido para responder ao questionário.

As respostas do questionário devem ser enviadas por e-mail. Como o questionário será assinado e datado, basta *escanear* o questionário respondido, bem como o termo de consentimento (outro arquivo), datado e assinado, e enviá-los, para os endereços de e-mail: vilmavcb@uol.com.br (Vilma Candida Bueno) e dale@iceb.ufop.br (Dale William Bean). Ressalta-se ainda que a forma de escrita utilizada para as respostas será de acordo com sua escolha, podendo ser digitada ou de próprio punho.

Caso ainda tenha alguma dúvida, por favor, sinta-se à vontade para elucidá-la comigo ou com meu orientador e, ainda, junto ao Comitê de Ética da UFOP.

Se o(a) senhor(a) se sentir esclarecido(a) em relação à proposta e concordar em participar voluntariamente desta pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e devolver o termo de consentimento (outro arquivo), bem como o questionário respondido e assinado. Enviando para os endereços de e-mail informados o mais breve possível ou até a data 10/06/2011.

Desde já orientanda e orientador agradecem, reconhecendo a preciosidade da vossa contribuição,

Atenciosamente,

Vilma Candida Bueno
Pesquisadora vilmavcb@uol.com.br

Dale William Bean
Pesquisador responsável dale@iceb.ufop.br

Comitê de Ética na Pesquisa
Universidade Federal de Ouro Preto. cep@propp.ufop.br

APÊNDICE 2 – Questionário respondido pela Professora Dr^a Maria Salett Biembengut

Maria Salett Biembengut

1. Ao fazer uma revisão bibliográfica dos seus trabalhos nota-se que a senhora concebe a Modelagem Matemática de forma semelhante à Matemática Aplicada. Todavia a senhora afirmou (por ocasião da qualificação desta dissertação) que os objetivos são distintos. Quais são as diferenças entre uma e outra? Como a senhora concebe Modelagem Matemática na Educação?

M.S.B. Vamos entender por partes:

1^a) A MM é um método presente nas pesquisas científicas. Mesmo sem esta denominação, é possível identificar nos procedimentos adotados nas Ciências da Natureza, por exemplo, os mesmos da modelagem, que são: (1) reconhecimento da situação-problema → delimitação do problema; (2) familiarização com o assunto → referencial teórico; (3) formulação do problema → hipótese; (4) formulação de um modelo → desenvolvimento; (5) resolução do problema a partir do modelo → aplicação; (6) interpretação da solução – validação do modelo → avaliação.

Destaca-se que se utiliza a modelagem quando há uma situação-problema cujos dados disponíveis não são suficientes para aplicá-los num modelo matemático já existente. E assim, para resolvê-la, será preciso tomar ciência cuidadosa dos dados disponíveis e da situação-problema que se apresenta e, a partir disso, levantar algumas hipóteses e passar a expressar os dados em termos matemáticos, numa tentativa de adaptar a um modelo existente (fazer analogia), ou aprimorar este modelo, ou até formular outro modelo. Modelo deve ser resolvido e a seguir, avaliado a partir dos dados.

Assim, o objetivo de se fazer modelagem nesse caso é solucionar uma situação que possa permitir propor ao aprimorar uma teoria, uma técnica, uma tecnologia, um produto, etc.

2^a) Na educação escolar o objetivo é promover ou ensinar conhecimentos acadêmicos que possam valer as pessoas viverem, sobreviverem, atuarem no meio, em comunidade. Na educação escolar formal há um programa a ser seguido de acordo com a fase escolar e o

curso. Este curso pode ser específico a uma área do conhecimento. Sempre há um programa, um guia, um propósito. Não cabe aqui discutir a validade e viabilidade destes programas. Assim, quando nós professores nos propomos utilizar a Modelagem Matemática na Educação precisamos ter claro qual é a nossa intenção. Seguramente, uma intenção é ‘ensinar’ algo.

Nos dias atuais há várias concepções de MM na Educação e por consequência, intenções. Minha intenção é a de ensinar o estudante em qualquer fase de escolaridade a fazer pesquisa. Mas, para se fazer pesquisa é preciso conhecimento sobre o(s) diverso(s) entes que envolvem a situação-problema que se deseja conhecer, solucionar, ou até criar algo nesse sentido. Isto é preciso dispor de conhecimentos sobre a(s) área(s) envolvida(s).

Se sou professor de uma área do conhecimento, matemática, por exemplo, eu disponho de um programa a ser cumprido. Assim, utilizar MM nas aulas de matemática implica que ao ensinar o estudante a pesquisar, eu preciso também, ensinar os conteúdos programáticos matemáticos e outros matemáticos ou não necessários.

Por considerar isso, o que proponho e denomino de Modelação é adaptar o processo de MM próprio das Ciências, a Educação de tal forma que o estudante aprenda a fazer pesquisa e ao mesmo tempo os conteúdos programáticos e não programáticos, de acordo com o tempo que o professor dispor para se preparar para ensinar e em sala de aula, e ainda do número de estudantes.

Em relação a essa proposta (tempo X número de estudantes) devo apresentar em meu próximo livro alguns encaminhamentos possíveis.

2. Segundo Biembengut e Hein (2007), a falta de um estatuto que torne precisa a terminologia “Modelagem Matemática” está longe de ser suprida, mas de qualquer forma o modelador sempre estará entre o martelo do purista e a bigorna do utilizador. Os autores também afirmam que “a função do professor de Matemática, quando no uso da metodologia da Modelagem Matemática no ensino é colocar o aluno entre essa bigorna e esse martelo” (BIEMBEMGUT e HEIN, 2007, p.35) O que é a senhora quis comunicar ao utilizar esta última frase?

M.S.B. Em relação à primeira citação aqui posta em sentido metafórico “o modelador sempre estará entre o martelo do purista e a bigorna do utilizador” quis dizer uma coisa é o modelador (cientista, pesquisador) está buscando entender para solucionar uma situação, propor, criar ou inovar algo; outra, é como alguém fará uso desta proposição, criação. E diante

disso, se espera que sua proposição seja ‘útil a alguém’ precisará levar em consideração este alguém, como, quais condições dispõem para se fazer ‘uso’.

Em relação à segunda: *‘a função do professor de Matemática, quando no uso da Modelagem Matemática no ensino é colocar o aluno entre essa bigorna e esse martelo’*, quis dizer se esperamos que o estudante aprenda a fazer pesquisa enquanto aprende conteúdo, inclui ensiná-los a julgar, avaliar, decidir tendo como referência que um ‘trabalho’, ou uma ‘criação’ ou uma ‘ação’ vale a pena quando possa ser útil a outrem.

3 . De acordo com Biembengut e Hein (2003, p.18), atividades de Modelagem Matemática podem “ser um caminho para despertar no aluno interesses por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece”, todavia a senhora afirma que “não se constrói um modelo matemático sem saber matemática” (BIEMBENGUT e HEIN, 2007b, p. 46). Essas afirmações podem ser interpretadas como contraditórias. Como é que a senhora entende a relação entre essas declarações?

M.S.B. De fato, não se constrói um modelo sem saber matemática. E disse em outro texto, que o modelo que elaboramos depende do conhecimento matemático que dispomos. Se temos conhecimento restrito a aritmética e a geometria básicas, nosso modelo restringirá a estes conteúdos; mas se sabemos um tanto mais, como sistemas dinâmicos, conjuntos difusos reunimos melhores conhecimentos para modelar. Disse também, que o fato de saber conhecimento amplo de matemática não implica saber modelar – modelar requer aprender.

Quando proponho MM na Educação implica que há um conteúdo programático a ‘ser ensinado’. Assim, ao reelaborar um modelo matemático aos estudantes (processo que defendo para se chegar ao conteúdo matemático), pode despertar o estudante a aprender aquele conteúdo (novo para ele até o momento). E ainda, se interessar em saber mais sobre o próprio conteúdo, indo além do proposto no programa.

Por exemplo, nas experiências que realizei da Educação Básica a Superior tive estudantes que a partir da experiência interessaram saber mais sobre uma área do conhecimento, incluindo matemática. Um destes tantos estudantes se interessou tanto que me procurou para saber mais matemática, e assim, lhe sugeri estudar teoria fuzzy. Ele estava naquele momento no segundo semestre do curso de Licenciatura de Matemática. Doutorou-se em matemática pura, não faz muito tempo.

4. Quais são as razões para incluir Modelagem Matemática no ensino de Matemática?

M.S.B. Penso que esta questão está respondida na primeira pergunta, 2ª parte. De qualquer forma diria que minha intenção se encontra em ensinar o estudante a pesquisar, condição não comum no dia a dia em sala de aula. Como muitos de nós professores não aprendemos a pesquisar ou pelo menos a pesquisa não faz parte de nosso contexto, o nosso ensinar se caracteriza por explanar os conteúdos programáticos, em geral, na orientação e ordem dos livros didáticos. E os estudantes, muitas vezes, ‘entendem’ que é este o caminho: perceber e compreender aqueles conteúdos, memorizando a forma que devem expressá-los em uma avaliação. Como muitas vezes estes conteúdos permanecessem em níveis de compreensão e não de conhecimento, são esquecidos tão logo deixam de fazer uso. Contribui para este esquecimento, se o estudante não tem interesse ou não percebe qualquer valor na área em que gosta ou possa lhe interessar. Assim, utilizar a modelação com foco na pesquisa é possível que esta propicie ao estudante o gosto e o interesse por alguma área, percebendo os conteúdos então apreendidos como base ou mesmo ‘instrumentos’ importantes.

5. Biembengut e Hein (2003, 2004) apresentam a modelagem matemática como a arte de expressar por meio da linguagem matemática situações da realidade. Também afirmam que “matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir” (BIEMBENGUT e HEIN, p. 13). Ao usar tal referência a senhora quis notificar através da expressão “disjuntos” que matemática não é realidade?

M.S.B. Atualmente eu não definiria mais assim. Quando escrevi este livro (não quando foi publicado) minha concepção trazia influências de especiais colegas, em particular do prof. Rodney Bassanezi. Depois de centenas de atividades obtendo dados experimentais (direta e indiretamente aplicadas por professores simpatizantes da proposta) com estudantes desde a Educação Infantil até a Educação Superior em diferentes Cursos e em pós-graduação para professores, minha concepção deu certos ‘movimentos’ e agora traz outra direção.

6. Existe algo que a senhora gostaria de acrescentar sobre a Modelagem Matemática e que não foi abordado neste questionário? Se positivo, por gentileza escreva a respeito:

M.S.B Creio que não acrescentaria nada mais sobre Modelagem. Mas trago uma frase de um artigo que escrevi recentemente com minha irmã, Maria Suzett, e enviarei juntamente a este questionário. A frase ‘fragmento de um parágrafo é:

“A arte de ensinar encontra-se no mais amplo sentido na arte de aprender a ensinar a cada dia. Aprender com as pessoas que estão ao nosso redor e, numa espécie de troca de saberes, vamos pouco a pouco aquilatando nossos saberes. Isso pode nos proporcionar todo encantamento por esta profissão – ser professor – que faz parte da vida ordinária das pessoas. E, por assim, ser lembrado, o que implica em estar em constante interação de ser pessoa, tornar-se lembrado por si e por outros”.

Posso completar este fragmento, dizendo que ao realizarmos um trabalho utilizando MM na educação brasileira tão ‘mal zelada’, nos permite, a despeito deste ‘zelo’, nos sentirmos lembrados por alguns de nossos estudantes que seguirão como nós acreditando ser possível uma educação melhor, um país melhor.

APÊNDICE 3 – Questionário respondido Pelo Prof. Dr. Dionísio Burak

Dionísio Burak

1. Ao fazer uma revisão bibliográfica dos seus trabalhos nota-se que o senhor concebe a Modelagem Matemática às vezes como estratégia de ensino e aprendizagem e às vezes como a construção de um modelo. Por que esta constatação?

D. B. Ao conceber a Modelagem como estratégia de ensino e construção de um modelo, coincide com os primeiros trabalhos de Modelagem na perspectiva do ensino e da aprendizagem. Ainda, algumas vezes, a partir das leituras realizadas, a denominamos de um método de ensino e depois de 1992, como uma metodologia de ensino. Isso se deve ao fato de que inicialmente era a expressão mais utilizada estratégia de ensino, construção de modelos ou método de ensino ou ainda uma metodologia alternativa. Com os aprofundamentos dos estudos em relação à epistemologia, as concepções sobre a Educação Matemática e a forma de conceber o conhecimento determinaram essa mudança. Assim, a partir de 1998 a expressão mais utilizada é metodologia de ensino, pois contém premissas e essas premissas são da Filosofia. Então ao se constituir uma metodologia carrega uma concepção de ciências, de ensino e aprendizagem, de educação de da própria matemática.

2. O senhor afirma compreender Modelagem Matemática como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um *paralelo* para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões". (BURAK, 1992, p.62). Por gentileza, explique o que vem a ser paralelo.

D. B. O paralelo é uma expressão para dar sentido às ações a serem desenvolvidas para tentar explicar aquilo que se sente ou percebe, ou seja, o estudante pode comparar e relacionar os fenômenos do cotidiano com a matemática e assim fazer uso de suas ferramentas, de suas linguagens, para ajudá-lo a fazer previsões e a tomar decisões.

3. Em Burak (2006), Burak e Klüber (2008), o senhor admite desvencilhar-se da obrigatoriedade da construção do modelo. Todavia, quando se compara as cinco etapas sugeridas por Burak (1992) e as cinco etapas sugeridas por Burak (2004), nota-se certa semelhança entre o processo. De certa maneira, a forma como o senhor sugere a “resolução do problema e análise crítica dos resultados” pode ser interpretado como “construir e validar um modelo”. Para o senhor o que diferencia esses dois processos?

D. B. As etapas previstas em 1992 caracterizavam as etapas próprias de Modelagem em uma perspectiva da Matemática Aplicada. O trabalho com os professores nos cursos sobre Modelagem conduziu de forma natural ao estabelecimento das 5 etapas. Na educação básica, objeto de referência, a construção de modelos não se faz necessária e nem considero o fim único da Modelagem. Valorizo o processo de construção do conhecimento matemático, o ensino e a aprendizagem. Mas quando há condições e necessidade de um modelo, este será construído com as ferramentas disponíveis compatíveis com o nível de ensino.

A análise crítica do(s) resultado(s) tem um objetivo maior que é o verificar a coerência, a aplicabilidade e adequabilidade à situação em estudo. É o momento em que se verificam as soluções, levantam-se novas hipóteses sobre uma questão, levantam-se outras questões não matemáticas. Por exemplo, se estamos comparando a viabilidade de se utilizar o álcool ou a gasolina por questão de preços pode-se levantar a questão do meio ambiente, questão da produção da cana sob vários pontos de vistas, social, econômico, cultural, histórico, entre outros. Conforme o nível trabalhado também se analisa se uma determinada resposta está em acordo com a situação. Resolução do problema é a etapa em que se utiliza o conteúdo matemático disponível, ou constrói-se o conhecimento necessário à solução de uma questão que pode ser matemática ou não. Na resolução busca-se a solução do(s) problema(s) levantados(s) na segunda etapa - pesquisa exploratória. Assim, por exemplo, se o problema for o custo de uma cesta básica, a matemática a ser utilizada será aquela que possibilita resolver a questão, podendo envolver conteúdos tais como, operações, porcentagem, grandezas direta e inversamente proporcionais. Nesse sentido, os conteúdos passam a ter sentido e significado para o estudante.

A diferença que me parece mais clara entre as etapas é que na primeira – solução de problemas se dá sentido e significado aos conteúdos matemáticos. Na análise crítica da situação ou situações se busca o significado a coerência lógica das soluções, adequabilidade à situação estudada e a exequibilidade de uma dada resposta obtida. Um exemplo para ilustrar o

exposto: na construção de um muro de 10 metros de comprimento por 1,5m de altura estavam previstos 2 homens, trabalhando 8 horas por dia e levariam 3 dias para a conclusão. Entretanto, pensando em antecipar essa previsão, foram contratados mais 4 operários para uma jornada 8 horas por dia. Muitas vezes, esse tipo de situação enseja por uma resposta que não se torna exequível na realidade.

4. O senhor sugere em seus trabalhos que a atividades de Modelagem Matemática sejam feitas em grupos. Isso é uma possibilidade ou uma necessidade? Ou seja, na sala de aula, é possível trabalhar atividades de modelagem individualmente?

D. B. O trabalho em grupo foi adotado como decorrência de uma situação vivida com os professores, pois sozinhos sentiam dificuldades e quando constituímos pequenos grupos, percebi que as discussões se faziam de forma mais aprofundada e a compreensão era melhor. A literatura de Vygotsky me deu os subsídios de que precisava para sugerir o trabalho em pequenos grupos, pois favorecem a interação com vistas à aprendizagem. Então podemos considerar uma possibilidade pedagógica, outras vezes, pode ser considerada como uma necessidade visando à aprendizagem, pois parece ter papel importante em relação à Zona de Desenvolvimento Proximal. Também é possível o trabalho individual, mas no âmbito da educação básica o trabalho em grupo é desejável por oportunizar a socialização e as trocas de experiências entre os seus integrantes.

5. O senhor afirma em alguns de seus trabalhos que na Modelagem Matemática os problemas determinam os conteúdos a serem usados para resolver as questões no contexto do tema. Numa escola onde o professor precisa seguir um currículo determinado (preestabelecido), como ele deve trabalhar a Modelagem Matemática?

D. B. Realmente na forma de conceber a modelagem são os problemas que determinam os conteúdos, diferentemente do que acontece nas escolas que o conteúdo determina o problema. Essa perspectiva está em acordo com os estudos de Boaventura de Souza Santos (2006), Morin (2006) entre outros que falam da necessidade de mudanças e da responsabilidade da escola em proporcionar um ensino contextualizado e interdisciplinar. A modelagem como

uma metodologia de ensino e, numa concepção de Educação Matemática, busca romper com a visão linear do currículo. As escolas têm a possibilidade de mudar. As diretrizes e os parâmetros abrem espaço para as mudanças e, quando se pretende trazer os problemas do cotidiano para a sala de aula, como ponto de partida, há que se romper com a linearidade dos conteúdos previstos nos currículos, pois, caso contrário, estaremos fazendo apenas um recorte da realidade. A modelagem na forma concebida proporciona oportunidade de se romper com a fragmentação do conhecimento, uma vez que parte de um tema que, em si, engloba outras áreas e permite uma visão mais global sobre um assunto.

6. Quais são as razões para incluir Modelagem Matemática no ensino de Matemática?

D. B. A razão para se incluir a modelagem no ensino, assim como de resto qualquer das novas tendências metodológicas da Educação Matemática está na razão direta de se ter claro a concepção de “**ser humano**” que se deseja forma.

7. Vários autores para descrever Modelagem Matemática fazem uma relação entre a Matemática e realidade. Em termos de modelagem como o senhor entende essa relação?

D. B. Dizer o que é realidade é uma questão difícil, mas sempre me refiro à realidade construída pelo estudante. Assim a relação que se estabelece entre a modelagem e a “realidade” é aquela que o estudante constrói. A modelagem ao partir de temas propostos pelos estudantes envolve essa realidade.

8. Existe algo que o senhor gostaria de acrescentar sobre a Modelagem Matemática e que não foi abordado neste questionário? Se positivo, por gentileza, escreva a respeito.

D. B. A Modelagem Matemática está ligada a uma visão de Educação Matemática, embora não desde o seu início. Mas com o correr dos tempos, com as experiências vividas com e nos cursos ministrados para professores da Educação Básica, dos estudos e reflexões realizadas com os grupos que coordeno, podemos dizer que não há uma visão melhor ou pior, depende

daquilo que cada um dos pesquisadores viveu e vive em relação à modelagem. Depende ainda de uma visão de mundo, de sociedade, de ensino e de aprendizagem, de educação e de Matemática. No entanto, a opção por uma ou outra forma de conceber a modelagem na Educação Matemática pode trazer consequências para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

APÊNDICE 4 – Questionário respondido pelo Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa

Jonei Cerqueira Barbosa

1. Em vários de seus trabalhos, o senhor afirma que apesar da Modelagem Matemática ter advindo da Matemática Aplicada, existem diferenças explícitas entre uma e outra. Poderia então nos apontar quais são essas diferenças e a relevância delas para a sala de aula?

J.C.B. A principal das diferenças refere-se ao propósito. Enquanto o modelador profissional possui o objetivo mais pragmático, o de resolver um problema, os professores e os alunos estão envolvidos em ambiente pedagógico, portanto, com propósitos de aprendizagem. Esta diferença institui outras decorrências, como o ritmo, o padrão comunicativo, o controle das ações, etc.

2. O senhor assume como concepção de Modelagem Matemática “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar por meio da matemática, situações na realidade” (BARBOSA, 2007c, p. 161), no mesmo texto o senhor diz que a ênfase da Modelagem Matemática está no fato de a situação ter “origem no dia a dia ou em outras ciências que não a Matemática” (p.162). Essa afirmação não daria uma ideia de que “Matemática” não é realidade?

J.C.B. Sim, a nomenclatura pode gerar este tipo de dificuldade. O uso da expressão referência na realidade quer justamente fazer uma diferença em relação à nomenclatura “mundo real”, a qual traria o mesmo tipo de dificuldade filosófica. Ultimamente, tenho preferido falar somente em situações do dia a dia, do mundo do trabalho e das ciências.

3. O senhor assume como concepção de modelo matemático “qualquer representação matemática da situação em estudo” (BARBOSA, 2007c, p. 161). O senhor também

afirma, em vários de seus trabalhos e também em palestras e eventos acadêmicos, que o importante nas atividades de Modelagem Matemática não é chegar a um modelo matemático, mas sim o processo de investigação por meio da Matemática. Isso significa dizer que mesmo que esta investigação não resulte em nenhuma representação Matemática, aconteceu a Modelagem Matemática?

J.C.B. Sim, porque o ambiente de aprendizagem está instaurado em termos do convite proposto pelo professor. A forma como os alunos respondem a isto pode ser diversa.

4. Quais são as razões para incluir Modelagem Matemática no ensino de Matemática?

J.C.B. Na literatura, pode-se ler os argumentos da motivação, da aprendizagem da Matemática, de contemplação das aplicações da Matemática, do desenvolvimento das habilidades de exploração dos alunos e da reflexão da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade. Particularmente, prefiro sublinhar esta última.

5. Que indicações/sugestões o senhor daria para professores de Matemática do ensino Fundamental e Médio que queiram trabalhar com Modelagem Matemática em sala de aula? Como fazer Modelagem Matemática na sala de aula? Existe um caminho, um processo?

J.C.B. O professor pode começar a implementar modelagem da forma que se sente seguro. Tenho classificação das possibilidades de organização do trabalho pedagógico em termos de casos 1, 2 e 3. Alguns professores preferem iniciar com o caso 1, para ganhar confiança e avançar para o 2 e/ou o 3.

6. Sabe-se que existem hoje no Brasil formas diferenciadas de se conceber a Modelagem Matemática. Como o senhor percebe essas diferenças? E porque elas acontecem?

J.C.B. O que é “conceber”? Se está se referindo à “definição”, à identificação de um ambiente de modelagem, atualmente penso que este debate não é importante. Gasta-se muito tempo

discutido se modelagem é um ambiente, método, alternativa, etc. O mais importante é compreendermos o que acontece quando implementamos Modelagem Matemática, seja lá o que se entenda por isto. Precisamos deixar de sermos prescritivo e sermos mais descritivos em relação à conceitualização do ambiente.

7. Existe algo que o senhor gostaria de acrescentar sobre a Modelagem Matemática e que não foi abordado neste questionário? Se a resposta for positiva por gentileza, escreva a respeito:

J.C.B. Vale um comentário sobre a necessidade de entendermos como os alunos desenvolvem suas ações em ambiente de modelagem. Precisamos avançar em investigações que tragam elementos para viabilizar a implementação do ambiente.

APÊNDICE 5 – Questionário respondido pelo Prof. Dr. Dale William Bean

Dale William Bean

1. É comum ouvirmos dos estudiosos em palestras e congressos da área de Educação Matemática, ou mesmo lermos nos seus trabalhos, que existem hoje no Brasil formas diferenciadas de se conceber a Modelagem Matemática no ensino. Qual a principal característica de sua concepção? No que ela é substancialmente diferente de outras?

D.W.B. Entendo por modelagem a criação de construtos conceituais por meio da adoção de premissas e da formulação de pressupostos. A ênfase que coloco nas premissas e nos pressupostos é o que caracteriza minhas ideias a respeito da modelagem em relação aos outros autores. Desta forma, entendo que essa concepção de modelagem é diferente daquelas cujos propósitos remetem a metodologias ou métodos de ensino. Modelagem como atividade de modelar é coerente com uma variedade de metodologias e pode ser encaminhada na sala de aula por métodos propícios para sua manifestação. Além disso, a modelagem na concepção de premissas e pressupostos é a mesma modelagem do matemático aplicado, a mesma daquela que Skovsmose refere ao discutir a formatação de atividades socioeconômicas e, ainda, a mesma daquela do estudante modelador do Ensino Fundamental. Modelar é formatar e estruturar nossa realidade pela construção de modelos. Tais modelos orientam o nosso pensamento, pois são construtos que utilizamos para nossas transações com o mundo.

2. O senhor concebe Modelagem Matemática em termos de premissas e pressupostos. Por gentileza, explique o que exatamente vem a ser “premissas” e que o vem a ser “pressupostos” na modelagem.

D.W.B. As noções de premissas e pressupostos estão em construção. Entretanto, entendo que elas já possuem certo grau de estabilidade. Uma premissa é uma teoria, princípio ou ideia-guia (uma ideia-guia é uma noção de John Dewey sendo resignificada no contexto de modelagem) que o modelador adota, às vezes não conscientemente, que guia seu pensamento na construção do modelo. Por exemplo, Galileu na construção do seu modelo de queda livre

utilizou a premissa que existe uma “força atrativa” (gravidade) entre o corpo (em queda) e a Terra. Em geral, a partir de premissas - afirmações mais globais referentes a uma situação - o modelador pode formular pressupostos. O pressuposto, por sua vez, é uma afirmação feita a respeito de um aspecto mais específico a uma dada situação e aos objetivos do modelador. O modelador não tem pretensão de comprovar seus pressupostos. Entretanto, eles devem ser coerentes com as premissas ou, pelo menos, não contradizê-las. Retornando o exemplo da queda livre, Galileu pressupôs que a “força atrativa” é constante, permitindo assim a conceituação de proporcionalidade entre a velocidade de um corpo em queda e o tempo da queda. É importante ressaltar que um pressuposto pode até contradizer o que o modelador entende por realidade. Por exemplo, Galileu pressupôs, por fins da sua modelagem, que não há atrito do ar.

3. Ao fazer uma revisão bibliográfica dos seus trabalhos nota-se uma mudança na sua própria concepção de modelagem ao longo do tempo. Parece-nos que inicialmente essa concepção se aproximava do significado da Modelagem para a Matemática Aplicada e que hoje enfatiza a subjetividade do modelador e de suas escolhas na modelagem. Essa visão está correta? O que o senhor pode nos dizer sobre esse processo de mudança?

D.W.B. Houve uma mudança na minha concepção de modelagem, como educador matemático, desde o fim da década de 1990, quando comecei estudar o assunto. Atribuo isso, principalmente, às mudanças em minhas bases filosóficas: do realismo científico, positivismo e à crença em objetividade no qual o modelo, construído por meio de recortes e aproximações simplificadoras, está concebido como uma representação aproximada da realidade; para o pragmatismo onde o modelo está concebido como um artifício bem sucedido frente aos propósitos do modelador. Neste caminho, tomei consciência, por exemplo, que tanto nossos modelos fundamentados nas premissas da mecânica clássica quanto àqueles socioeconômicos, como a “bolsa família”, são criações humanas, ou seja, remetem à situação humana e suas concepções, quadros conceituais e objetivos os quais são inseparáveis da construção de modelos.

4. Em termos de concepções de Modelagem Matemática, quais são ou quais foram suas maiores referências nacionais e internacionais? No que elas influenciaram na sua concepção?

D.W.B. Rodney Bassanezi teve e continua a ter uma influência sobre o que entendo por Modelagem Matemática em termos de exemplos de modelagem e evolução de modelos. Ao iniciar meus estudos sobre modelagem nos moldes de Bassanezi, não reconhecia que minha base filosófica, que remete a minha formação sociocultural e os ensinamentos escolares nas ciências - para entender a ciência e Modelagem Matemática - era coerente com o realismo científico, em que leis (modelos) como queda livre de Galileu, são concebidas como verdades (ou verdades aproximadas) vindas das “descobertas” científicas, fornecendo explicações de causa/efeito: o determinismo. Richard Rorty me levou a questionar as premissas de realismo científico de modo geral e, principalmente, a respeito da necessidade de conceber modelos como representações da realidade. Isto recebeu uma ressonância com meu entendimento de Skovsmose e a ideia de que nossos modelos formatam atividades socioeconômicas. Mais especificamente em relação à atividade de modelar e a distinção entre modelagem e outras atividades humanas, Cifuentes e Negrelli me mostraram a vantagem de focalizar na passagem da situação problemática para o modelo matemático. Concebo esta passagem como a construção do *isolado* que é a adoção de *premissas* e formulação de *pressupostos* na construção do modelo. Ao mesmo tempo, Cifuentes e Negrelli fornecem outra contribuição para o estudo epistemológico de modelagem ao exemplificarem a Modelagem Matemática na própria Matemática. Compartilho com estes autores tais ideias. A meu ver, é um exemplo que desafia as concepções de modelagem que fundamentam em uma disjunção conceitual da realidade em duas partes: aquela que é “matemática” (entendida como um subconjunto da realidade) e seu complemento, ou seja, aquela parte da realidade que é “não matemática”. Ideias do filósofo Luiz Henrique de Araújo Dutra, que dialoga com autores internacionais, principalmente com referência aos modelos das ciências físicas, também fornece subsídios para meu entendimento de modelos.

5. Em algum momento Bean passa a proferir “Modelagem” em lugar de “Modelagem Matemática”. O que o senhor tem a dizer sobre isso?

D.W.B. Comecei a utilizar *modelagem* sem o adjetivo “matemática” quando passei a interpretar modelagem em situações onde a linguagem matemática não entrou nas conceituações da construção dos modelos, como no caso da fábula da *Cigarra e Formiga* de Monteiro Lobato (BEAN, 2007). Quando a linguagem matemática está utilizada na conceituação de uma situação, há *modelagem matemática*. Além disso, entendo que a adoção de premissas e a formulação de pressupostos na construção do isolado é o que caracteriza modelagem, independente das linguagens utilizadas. Assim, ao usar o termo modelagem, refiro principalmente a essa construção do isolado. Admito que, ao construir um modelo matemático, conceitos matemáticos possam interferir na seleção de aspectos para considerar a maneira que os pressupostos estão formulados.

6. Bean (2005, p. 5), afirma que “a atividade de modelar faz parte da estruturação ou da construção da realidade de uma comunidade ou até da sociedade em geral”. A modelagem é uma atividade individual ou coletiva? Em que sentido?

D.W.B. Ao conceber modelos como norteadores de atividades, a citação refere à modelagem como um meio no qual comunidades ou sociedades lidam com ou promovem transformações nas suas transações com o mundo, em que os modelos influenciam as atividades da comunidade e ao mesmo tempo as atividades, em alguns momentos, provocam um questionamento a respeito da adequação dos modelos às próprias atividades. Neste último caso, pode precipitar um ajuste nos modelos vigentes (mantendo as premissas e pressupostos) ou a construção de novos modelos (modelagem – mudando uma ou mais premissas e / ou pressupostos ou acrescentando ou eliminando premissas ou pressupostos, ou até fazendo um modelo inédito para a situação).

Quanto à questão de modelagem ser uma atividade individual ou coletiva, entendo que é uma atividade como qualquer atividade social, a qual existe uma indissociabilidade entre o indivíduo e o coletivo. Entretanto, podemos ver características mais individuais e outras mais coletivas na construção de modelos. As motivações para que o modelador possa elaborar conceituações criativas que fazem parte da modelagem surgem das suas experiências na coletividade histórico-culturalmente situada. Assim, quando um indivíduo propõe à coletividade um novo olhar, novas premissas ou novos pressupostos para uma conceituação não tradicional, este olhar torna-se parte da coletividade e, possivelmente, gerará uma interação coletiva na continuidade da modelagem, na qual experiências diversificadas

permitem olhares e negociações diversas e, possivelmente, ainda mais reflexões e mudanças na modelagem. O indivíduo é “provocado” por sua existência coletiva. Ele propõe em relação às suas necessidades, interesses e aspirações como membro ou parte da coletividade. Assim, as propostas do indivíduo em transação com a coletividade de certa forma são propostas geradas pela dinâmica da própria coletividade e, dificilmente, seriam consideradas isoladas dos quadros conceituais e atividades da comunidade em que o indivíduo faz parte.

7. O senhor defende a inclusão da Modelagem no ensino de Matemática? Por quê?

D.W.B. Um dos objetivos da Educação é a reprodução das práticas socioculturais. Essas práticas são norteadas por modelos, sejam matemáticos ou outros. Assim, a Educação tem por um dos seus objetivos a reprodução desses modelos. A própria instituição escolar serve como exemplo disso. Existem leis, regulamentos e diretrizes que se fundamentam em premissas e pressuposto referentes aos objetivos educacionais. O modelo educacional, assim construído, norteia as atividades de educadores e estudantes. É comum não questionarmos nossos modelos / atividades, seguindo nossas práticas tradicionais. Mas, se nossas atividades não estão atendendo nossas necessidades, interesses ou aspirações, devemos procurar analisar nossos modelos / atividades e rever e questionar as premissas e os pressupostos que os fundamentam. Além disso, se o modelo não está adequado, devemos propor novas premissas e / ou novos pressupostos para redirecionar nossas atividades para atender nossas necessidades, interesses ou aspirações. Desta forma, entendo que um objetivo para os estudantes modelarem, no sentido de “premissas e pressupostos”, é se conscientizar a respeito de premissas e pressupostos em modelos socioculturais e reconhecer que premissas e pressupostos possam ser diferentes do que os tradicionais. Ao propor um conjunto de premissas e pressupostos diferente do que tradicionalmente empregado, eles estão propondo transformação, o que entendo como outro objetivo da Educação.

8. Como pode ser feita a modelagem na sala de aula? Existe um caminho a ser seguido, um processo?

D.W.B. Primeiramente, essa questão pressupõe um conhecimento sobre o que se entende por modelagem. Entendo que a modelagem é uma atividade de construir construtos conceituais

que se fundamentam na adoção de premissas e / ou na formulação de pressupostos de forma não tradicional.

Pedagogicamente, existem múltiplos caminhos a serem construídos para que os estudantes se tornem modeladores. Claro que existem conjuntos de diretrizes gerais, às quais possam ser elaboradas, mas, um caminho em si depende da situação e de múltiplas relações envolvendo os estudantes e o professor em que o caminho pretendido possa mudar de acordo com a dinâmica da atividade.

Como estamos começando colocar esta concepção de modelagem na prática, não tenho diretrizes gerais para compartilhar. De modo geral, o que está sendo observado em nossas experiências são situações nas quais os estudantes concebem ou imaginam relações com um objetivo em vista, justificando escolhas entre o que incluir em uma concepção que reúne os resultados das escolhas. Tais escolhas tendem a levá-los à modelagem na concepção de “premissas e pressupostos”.

É importante criar um ambiente ou cenário propício para que os estudantes possam elaborar conceituações criativas. Em geral, os estudantes devem se encontrar frente à situações problemáticas que abrem para a adoção de premissas e / ou a formulação de pressupostos, para que eles possam criar seus próprios modelos.

9. Existe algo que o senhor queira acrescentar sobre a Modelagem Matemática e que não foi abordado neste questionário? Se sim, por gentileza, escreva a respeito.

D.W.B. A construção de modelos remete aos objetivos e experiências do modelador frente uma problemática. A maneira que o modelador concebe a problemática influenciará o caminho da construção do modelo – influenciará a adoção de premissas e a formulação de pressupostos. Por isto, quando me indaguei a respeito do que é Modelagem Matemática como *atividade de construir modelos*, construí um modelo de modelagem que remete à atividade de modelar.