UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS/ICEB
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

USANDO GEOPLANO E GEOGEBRA PARA TRABALHAR O CONCEITO DE ÁREA

CARMEM ROSILENE VIEIRA
Orientadora: Marger da Conceição Ventura Viana
Doutora em Ciências Pedagógicas

A Geometria é uma das melhores
oportunidades que existem para
aprender como matematizar a realidade.
Freudenthal (1973)

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ao longo de 15 anos atuando como professora de Matemática, percebemos a grande dificuldade dos alunos em aprender Geometria. Essa dificuldade não ocorre somente com crianças ou com alunos do Ensino Fundamental. Através de observação constante, foi possível perceber que essas dificuldades se manifestam também no Ensino Médio.

Na busca de sugestões para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, buscaremos apresentar primeiramente alguns princípios que embasam a construção do conhecimento geométrico.

Várias pesquisas (PAVANELLO, 1989; CANNONE, 1993; SANTOS, 2006; GAZIRE, 2000; VIANA, 2004) vêm evidenciando que o uso de materiais concretos e de outros recursos, como *softwares* de geometria dinâmica, são essenciais para a construção do pensamento geométrico e para a elaboração dos conceitos geométricos. Apontam também que o ensino e a aprendizagem de Geometria Plana e Espacial tornam-se mais fáceis e expressivos quando se amparam em representações e modelos que os estudantes podem observar, manusear, interpretar, construir, etc.

Com base nesse argumento, é que trazemos aqui algumas sugestões de atividades para trabalhar o conceito de área com o uso do Geoplano e do GeoGebra. Este livro é o produto final da pesquisa do Mestrado intitulada: **"Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica e a teoria de van Hiele"**. A referida pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual Doutor Odilon Loures, na cidade de Bocaiuva, Minas Gerais, durante o Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, oferecido pela Universidade Federal de Ouro Preto. O livro apresenta as atividades desenvolvidas durante a pesquisa, algumas outras sugestões de atividades e, também, o teste que foi aplicado nesta pesquisa.

Com o intuito de verificar se o uso dos recursos materiais, combinados com *softwares* de geometria dinâmica, contribui para uma melhor aprendizagem de Geometria, no Ensino Médio, foi implementada uma sequência de atividades, que envolveram o uso de dois recursos materiais específicos: o Geoplano e o *software* Geogebra.

Toda a pesquisa se baseou na teoria de van Hiele. De acordo com Nasser (1997):

> O modelo de van Hiele para o pensamento em Geometria foi criado por Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geoldof, tendo por base as dificuldades apresentadas por seus alunos no curso secundário na Holanda. O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma seqüência (*sic*) de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria. O progresso de um nível para o seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas. Portanto, a elevação de níveis depende mais da aprendizagem adequada do que de idade ou maturação. [...] A teoria de van Hiele sugere cinco níveis hierárquicos, no sentido de que o aluno só

> atinge determinado nível de raciocínio após passar por todos os níveis inferiores. [...] (NASSER, 1997, p. 4-5):

Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof trabalhavam como professores de geometria do Curso Secundário, na Holanda. Através da observação durante as aulas, eles identificaram dificuldades de aprendizagem em seus alunos e elaboraram, após muita pesquisa, um modelo que consiste em um esquema de compreensão do aluno através de níveis de raciocínio hierárquicos e sequenciais.

Os níveis de van Hiele são classificados em: nível 0 (básico):visualização (ou reconhecimento); nível 1: análise; nível 2: dedução informal (ou ordenação); nível 3: dedução formal e nível 4: rigor.

Para possibilitar ao aluno o avanço nos níveis de raciocínio geométrico, o professor pode inserir em suas aulas atividades envolvendo o uso de materiais concretos ou *softwares* de geometria dinâmica. No entanto, é preciso ter cuidado para que as informações decorrentes dessas atividades estejam ligadas a argumentos dedutivos e vice-versa. Segundo Pais (1999):

> No momento inicial da aprendizagem, os modelos funcionam como uma primeira forma de representação dos conceitos geométricos (Pais, 1996). Assim, por exemplo, usando um objeto em forma cúbica, fica mais fácil contar o número de vértices e outros invariantes conceituais. O suporte da materialidade permite responder aos movimentos coordenados tanto pelo tato como pela visão. (PAIS, 1999, p.5).

Quanto ao uso de *softwares* educacionais como ferramenta para o ensino e aprendizagem de geometria, na visão de Bolgheroni e Silveira (2008):

> O uso de *softwares* de geometria dinâmica [...] pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. *Softwares* educativos podem representar possibilidades de simulação deste material concreto (BOLGHERONI e SILVEIRA, 2008, p.3).

Assim, ressaltam-se as possibilidades e diversidades que os recursos materiais podem gerar, criando um ambiente capaz de produzir múltiplas representações no estudo de geometria, o que pode ocasionar uma melhor compreensão por parte do aluno.

O GEOPLANO

De acordo com Gelsa Knijnik (2004), “o material foi criado pelo professor Dr. Caleb Gattegno, em 1961”, na Inglaterra. Segundo Leonardo Assis (2006), o Geoplano é um instrumento educacional simples, composto por uma base em formato geométrico com supinos, formando uma malha (normalmente composto por uma base de madeira e com pregos formando sua malha).

De acordo com Machado (1993), o

> Geoplano é um recurso didático-pedagógico, dinâmico e manipulativo (construir, movimentar e desfazer). Contribui para explorar problemas geométricos e algébricos, possibilitando a aferição de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho em papel quadriculado. Além disso, o geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração plana, comparação, relação, discriminação, seqüência *(sic)*, envolvendo conceitos de frações e suas operações, simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro, área. O Geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica aos participantes (MACHADO, 1993, p.1).

O Geoplano é, diante do exposto, um recurso a mais para auxiliar os alunos no que tange à visualização. Ele pode ser encontrado em diversos modelos. A malha mais comum é a quadriculada. Existem, porém, outros tipos de malhas: a trelissada, a circular e a oval, dentre outras, conforme figura 1 a seguir:

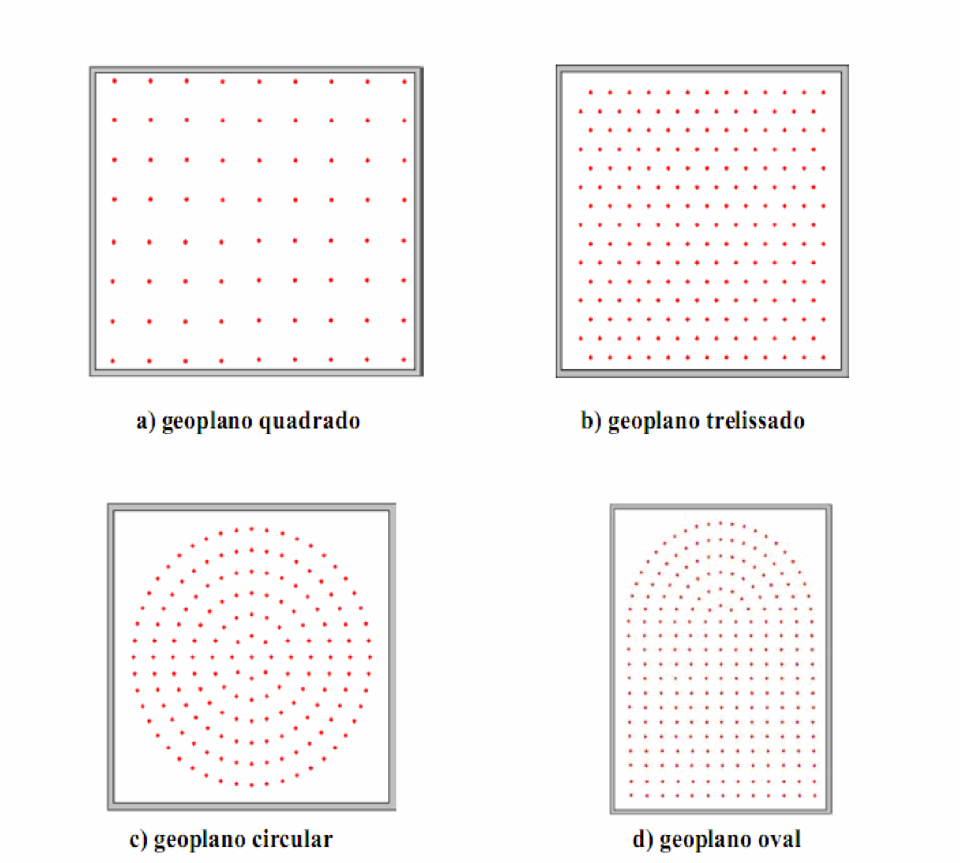


Figura 1: Modelos de Geoplano. Fonte: MACHADO (1993, p.2)

Foi adotado para estas atividades o Geoplano quadrado, por considerarmos que este seria o mais adequado para o estudo de áreas de polígonos planos. Assim, foram confeccionados quinze tabuleiros de madeira, cada um tendo as seguintes dimensões: 50 cm de comprimento, 50 cm de largura e 15 mm de altura. O Geoplano pode apresentar apenas os pontos na malha (formados pelos pregos) ou também ser quadriculado. No caso específico dessas atividades, o tabuleiro foi riscado com uma régua, com quadrinhos de 3 cm x 3 cm e com uma margem de 1 cm de cada lado. Em cada interseção dos quadradinhos, foi colocado um prego, totalizando 289 pregos em cada tabuleiro. Foi estabelecido com os alunos que cada lado do quadradinho do Geoplano constituía uma unidade de comprimento. Logo, cada um deles tinha uma unidade de área. Cada Geoplano tinha, portanto, uma área total de 256 unidades de área. Essas dimensões foram adotadas porque um Geoplano grande possibilita diversas construções, sem ter que desmanchar as anteriores e é mais indicado para trabalhos em grupo. No entanto, podem ser construídos Geoplanos com quaisquer dimensões que forem desejadas.

Para utilizá-lo, são necessários elásticos, de preferência coloridos, do tipo de borrachas de prender dinheiro, usadas pelos bancos, que servirão para a construção dos polígonos.

Na apresentação do material para o aluno, é importante deixar que eles primeiramente manipulem livremente o material, para depois dar início às atividades específicas. Isso pode ser feito através de um desenho livre, no qual o aluno pode criar as figuras que quiser, explorando a sua criatividade.

Durante as atividades com o Geoplano, podem também ser abordados outros conceitos que se fizeram necessários para a compreensão e resolução dos desafios propostos, como, por exemplo, paralelismo, perpendicularidade, semelhança e simetrias, que podem ser úteis na realização das atividades referentes ao conceito de área, que é o foco desse trabalho.

O Geoplano pode permitir ao aluno uma forma de estudar a matemática numa proposta mais livre, praticando, discutindo e descobrindo propriedades a partir de situações que permitem a investigação e a constante experimentação.

Desta forma, o ensino aprendizagem da matemática através da experimentação e utilização de materiais concretos, como o Geoplano, se tornaria para o aluno um processo contínuo de verificação do que ele já aprendeu e do que ainda precisa aprender.

O Geoplano, dentro dessa proposta, pode ser um catalisador na construção de novos conceitos e também servir para a consolidação de conceitos já estudados anteriormente pelo aluno, permitindo que ele avance nos níveis de pensamento geométrico e seja mais participativo e autônomo.

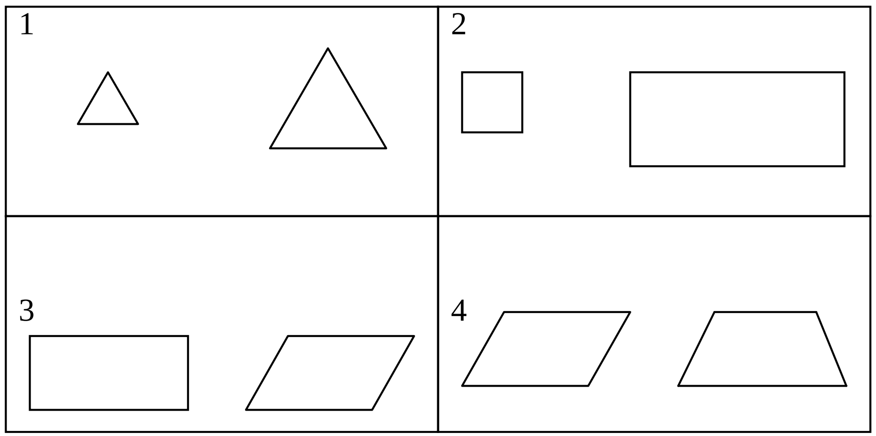
ATIVIDADES PREPARATÓRIAS

Para iniciar o trabalho com áreas, é necessário primeiramente que o professor verifique se seus alunos têm conhecimentos básicos de Geometria, como por exemplo, se é capaz de reconhecer vários tipos de polígonos, de identificar retas paralelas e perpendiculares, diagonais de um polígono e outros. Todos esses conceitos são muito úteis para o cálculo de áreas, pois podem ser utilizados nas estratégias de resolução.

A seguir, apresentamos algumas atividades que podem ser úteis para a aprendizagem desses conceitos.

ATIVIDADE 1

OBJETIVO: Diferenciar figura plana de figura espacial e observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras apresentados.



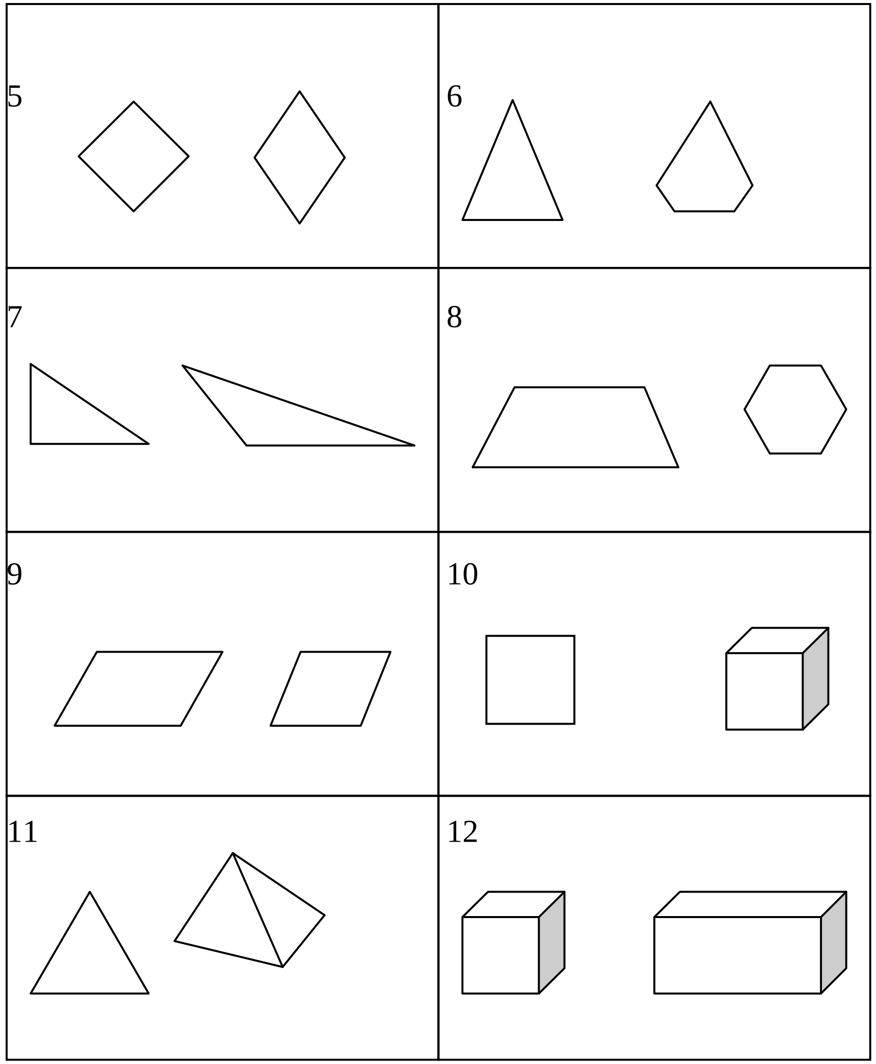


FIGURA 2: ATIVIDADE 1. Fonte: NASSER (1997, p.13)

Para a execução desta atividade, o professor deve, primeiramente, confeccionar em papel todos os polígonos e poliedros apresentados e disponibilizá-los para manipulação por parte dos alunos. Esta atividade deve ser realizada em grupos, sendo que cada grupo deve discutir sobre as semelhanças e diferenças entre cada par de figuras apresentadas. Após as discussões, o professor deve recolher o material e guardá-lo.

ATIVIDADE 2

OBJETIVO: Diferenciar figura plana de figura espacial e observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras apresentados.

Entregar a cada equipe uma folha contendo as representações das mesmas figuras comparadas na atividade 1, para que seja feito o registro das semelhanças e diferenças observadas. É importante ficar atento à linguagem utilizada pelos alunos, pois é comum, nesta etapa, que eles apresentem dificuldades para redigir aquilo que foi discutido anteriormente.

Após todas as equipes concluírem o trabalho, o professor deve recolher as folhas de respostas, fazer um condensado de todas as respostas e disponibilizá-las para todos os alunos.

ATIVIDADE 3

Objetivo: Classificar os quadriláteros.

Devem ser entregues para cada equipe um *kit* contendo as seguintes figuras recortadas: 4 quadrados, 4 retângulos, 4 paralelogramos, 4 losangos, 4 trapézios e 4 quadriláteros quaisquer.

Logo após, pede-se que cada grupo separe os polígonos recebidos em conjuntos, de acordo com as características de cada um, colando-os em folhas a serem recolhidas pelo professor, que não deve definir quantos conjuntos deverão ser formados. O objetivo é perceber se os alunos são capazes de discriminar todas as figuras e formar os seis conjuntos desejados: quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos, trapézios e quadriláteros quaisquer ou se utilizarão a inclusão de um conjunto em outro.

Após recolher e analisar as atividades de cada grupo, o professor deve, posteriormente, discutir o que foi construído pelos alunos, para que eles percebam que incluir uma classe em outra não constitui um erro, mas apenas uma outra forma de classificar. Esta etapa do trabalho é muito importante, pois o aluno pode compreender que uma figura não pertence a apenas um conjunto, por exemplo: o quadrado também é um retângulo, pois possui todas as propriedades mínimas para pertencer a tais conjuntos.

ATIVIDADE 4

Objetivo: Identificar propriedades características dos diferentes tipos de quadriláteros.

Para a realização dessa atividade, deve ser entregue, a cada equipe, um *kit* com os seguintes materiais: 5 cartazes, nos quais são colados previamente, pelo professor, quadriláteros de cada tipo, em diversas posições e tamanhos; cinco tiras de cartolina, cada uma trazendo o nome de um quadrilátero específico: quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios. Foram também entregues mais 40 tiras, divididas em grupos de cinco, cada um dos grupos com os dizeres: 4 lados, 4 ângulos, 4 ângulos retos, 4 lados congruentes, lados opostos congruentes, lados opostos paralelos, um par de lados opostos paralelos e ângulos opostos congruentes.

Após distribuir os *kits*, o professor deve informar às equipes que elas deverão utilizar as tiras de cartolina para etiquetar os cartazes, observando as propriedades das figuras contidas em cada um deles. Para a execução da tarefa, os componentes de cada equipe devem dialogar entre si e com o professor, para que a atividade seja concluída satisfatoriamente.

ATIVIDADE 5

Objetivo: Identificar que alguns tipos de quadriláteros têm propriedades em comum.

Inicialmente, devem ser colados no quadro os cartazes confeccionados na atividade 4 (um de cada tipo). O professor, então, deve chamar a atenção para o fato de algumas propriedades estarem presentes, ao mesmo tempo, em vários cartazes.

A seguir, entrega-se para os alunos vários quadriláteros recortados, e um novo cartaz, que contém um diagrama de conjuntos e subconjuntos (figura 3), no qual os quadriláteros deverão ser colados pelos componentes de cada equipe, com a mediação da pesquisadora, quando necessário.

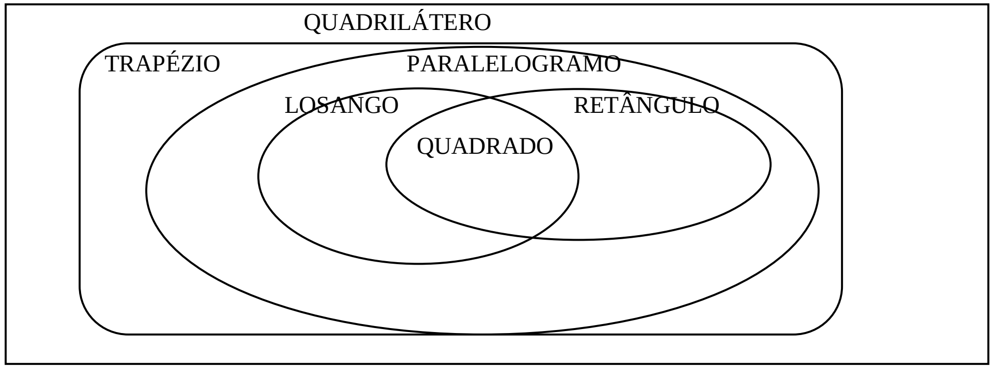


Figura 3: Diagrama de conjuntos e subconjuntos para a atividade 5.

Após a realização das atividades que aqui chamamos de preparatórias, poderão ser iniciadas as atividades específicas com o Geoplano.

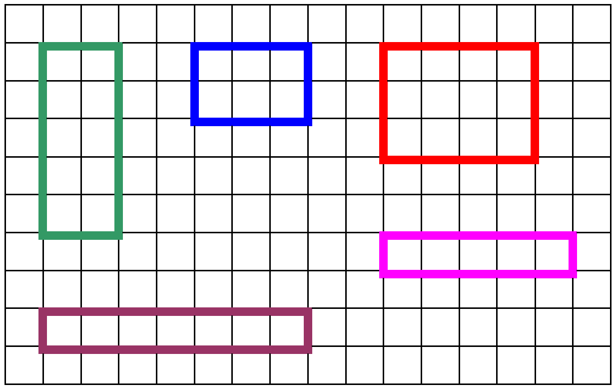
Num primeiro momento, estão sendo apresentadas neste livro as atividades que foram trabalhadas durante a pesquisa, mas também traremos outras sugestões que poderão ser usadas em sala de aula.

ATIVIDADES DE GEOMETRIA PLANA COM O GEOPLANO
(trabalhadas durante a pesquisa)

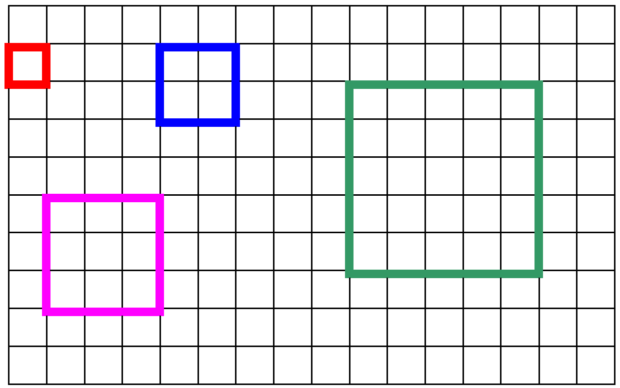
Apresentamos a seguir as atividades que foram desenvolvidas durante a pesquisa, seguidas de um exemplo de solução para cada polígono solicitado.

1-Construir quadrados e retângulos com áreas previamente definidas:

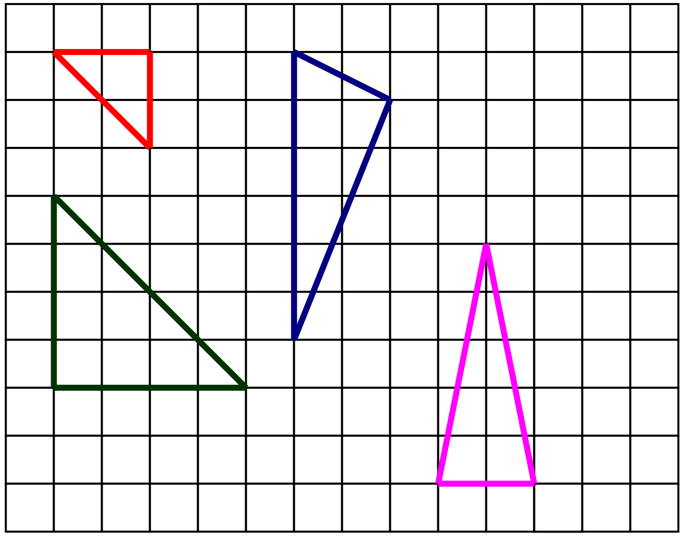
a) Retângulos de área 8,6,7,12 e 5.



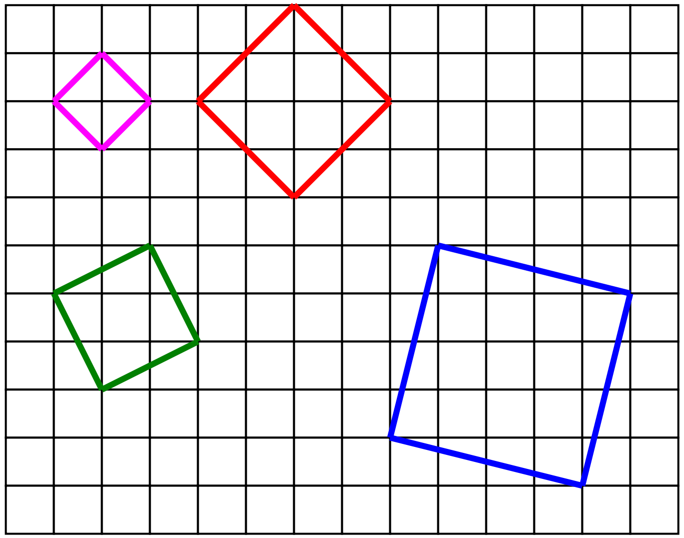
b) Quadrados de área 1,4,9 e 25.



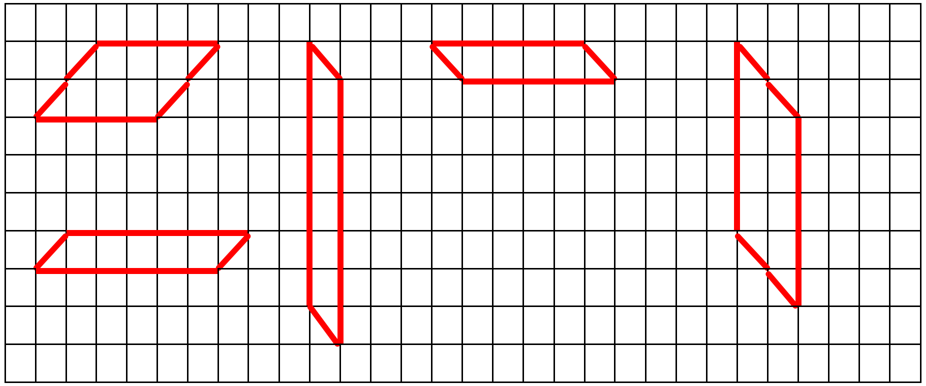
2- Construir triângulos com áreas 2,8,6,5.



3-Construir quadrados com áreas 2,8,5,17.

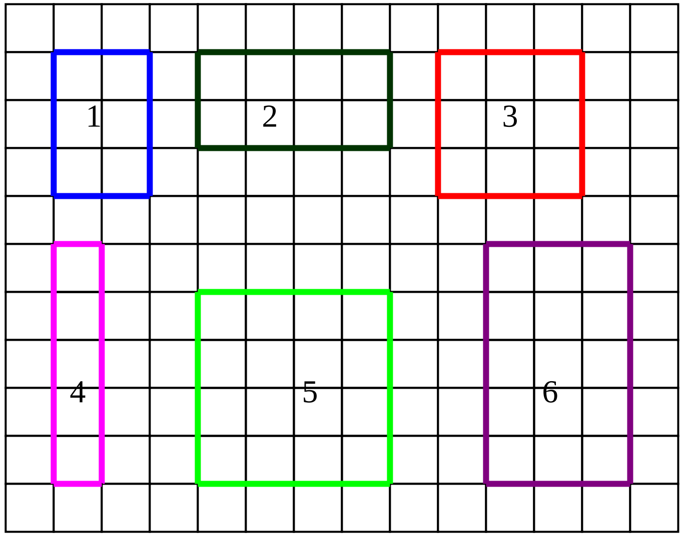


4-Construir paralelogramos (que não sejam retângulos) de áreas 8,6,7,5,10.



OUTRAS SUGESTÕES DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA PLANA COM O GEOPLANO

1- Calcule a área de cada figura abaixo:

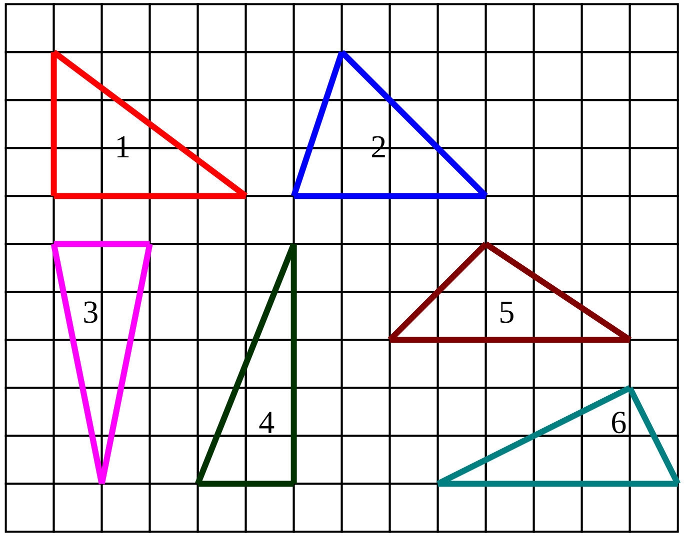


2- Agora, com base nas figuras da questão 1, complete o quadro a seguir:

Figura	1	2	3	4	5	6
Base						
Altura						
Área						

3-Discuta com seus alunos como podemos calcular a área de retângulos e quadrados:

4- Calcule a área de cada figura abaixo:

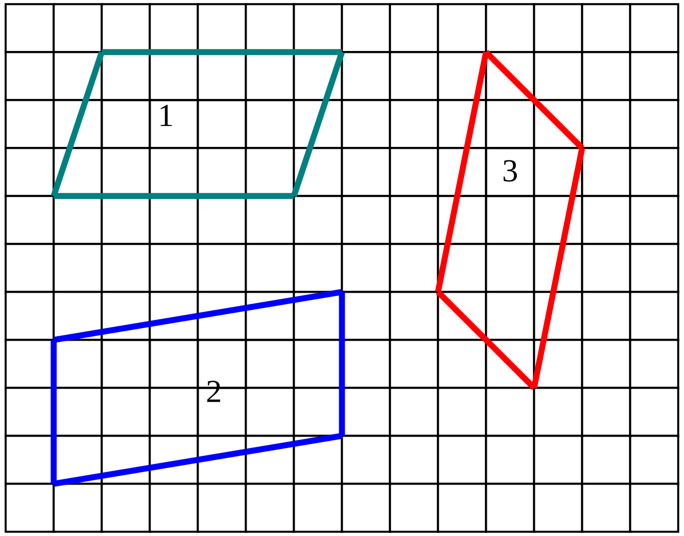


5- Agora, com base nas figuras da questão 3, complete o quadro a seguir:

Figura	1	2	3	4	5	6
Base						
Altura						
Área						

6- Discuta com seus alunos como podemos calcular a área de triângulos, lembrando-se de discutir com eles o fato de que a altura de uma figura deve ser perpendicular à base:

7- Calcule a área de cada figura abaixo:



8- Agora, com base nas figuras da questão 7, complete o quadro a seguir:

Figura	1	2	3
Base			
Altura			
Área			

9- Discuta com seus alunos como podemos calcular a área de paralelogramos:

O *SOFTWARE* GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* matemático, de acesso livre e gratuito, disponível para *download* na versão 3.2.0.0 no endereço www.geogebra.org/download/install.htm. (para fazer a instalação é necessária a instalação do Java versão 6u14 disponível para download em: www.java.com/pt_BR/download/windows_manual.jsp? locale=PT BR&host=www.java.com).

Esse *software* foi desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter em 2001, na Universidade de Salzburg. É um *software* que permite trabalhar com conteúdos geométricos e algébricos. Suas ferramentas permitem criar objetos matemáticos de forma instantânea sem necessitar do uso de algum procedimento usual de construção.

Foi criado para o ensino de cálculo, álgebra e geometria. Utiliza-se da geometria dinâmica para a construção de objetos geométricos, admite também a construção de gráficos por meio de variáveis e equações, ou seja, utiliza a equação (álgebra), encontra as raízes (cálculo) e constrói o gráfico (geometria). Esse programa também realiza cálculos de derivadas, integrais, sistemas lineares, e muitos outros conteúdos da disciplina.

O *software* possui duas janelas, uma de geometria e uma de álgebra. Cada expressão apresentada na janela de álgebra corresponde a um objeto na janela de geometria e vice-versa, o que permite ao usuário começar os processos por onde quiser: ora pela geometria, ora pela álgebra. É importante ressaltar que a parte algébrica da tela é subdividida em mais duas partes: “objetos livres” e “objetos dependentes”, nas quais os objetos são destacados quanto à possível dependência que um tem em relação ao outro.

A seguir, é apresentada, na figura 5, a tela principal do GeoGebra:

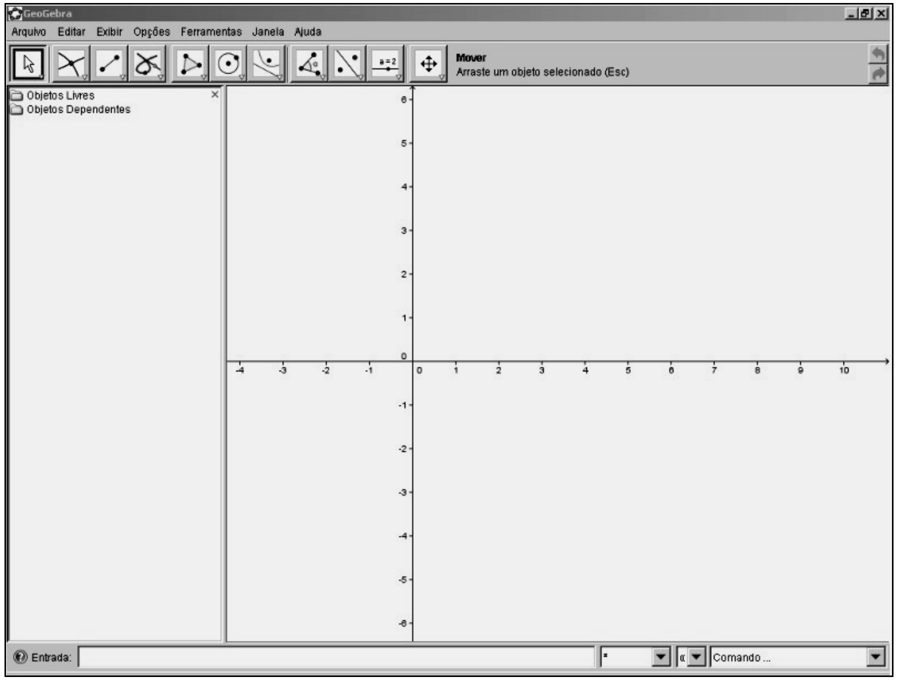


Figura 5 - Tela principal do GeoGebra

A tela, como se pode ver, apresenta uma barra de *Menu* na parte superior. Conta, também, logo abaixo, com uma barra de ferramentas com mais de 50 (cinquenta) botões distribuídos em 11 (onze) caixas que facilitam o manuseio do programa. Na parte inferior da tela do GeoGebra, há um campo de entrada, no qual se aplicam os comandos que definirão os objetos tanto na parte gráfica quanto na parte algébrica. No lado direito inferior, encontra-se a caixa de comandos.

Para construir um polígono, é necessário, primeiramente, selecionar, na barra de *menu* superior, o ícone que diz: “polígono”. Aí, é só ir clicando onde quiser para formar o polígono desejado. Cada vértice construído na janela de geometria é automaticamente definido por uma letra maiúscula e recebe, imediatamente, na janela de álgebra, as coordenadas cartesianas correspondentes à sua posição no plano.

À medida que cada vértice vai sendo definido, vão sendo formados os lados do polígono. Quando o polígono é finalizado, cada lado recebe uma letra minúscula e, na janela de álgebra, aparece um número que representa o comprimento desse segmento. Para que os alunos compreendam bem essa relação, pode ser utilizado aqui outro recurso que o GeoGebra possui: a inclusão da malha quadriculada sobre o plano cartesiano. Com a malha, o plano fica todo quadriculado, o que facilita a identificação das medidas dos lados de cada polígono desenhado nele. Vale lembrar que nem todos os lados terão medidas inteiras. No entanto, o GeoGebra fornece, na janela de álgebra, as medidas de todos os lados, sejam eles inteiros ou não, com aproximação de duas casas decimais.

Ao experimentar as várias facetas que o GeoGebra proporciona, o aluno pode compreender propriedades geométricas e entender as relações entre diversos objetos estudados. O referido *software* pode propiciar oportunidades para o desenvolvimento do raciocínio e para a troca de ideias, envolvendo conceitos já conhecidos e explorando novos conceitos, exigindo que os alunos usem raciocínio dedutivo e analisem cada possibilidade apresentada. Através dessa exploração, os alunos podem adquirir mais maturidade geométrica, atingindo níveis mais altos de compreensão.

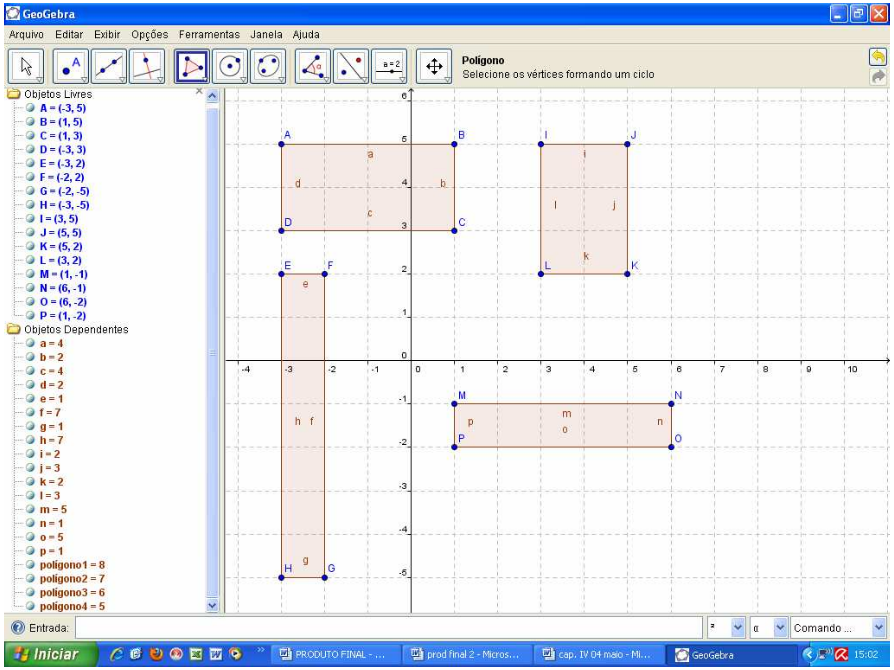
Num primeiro contato com o *software* GeoGebra, os alunos deverão utilizá-lo livremente, experimentando as suas ferramentas. Com o auxílio do professor, ele irá descobrir as possibilidades que o GeoGebra apresenta e aprender a utiliza-las. Após esse aprendizado, deverão ser iniciadas as atividades específicas sobre áreas.

ATIVIDADES DE GEOMETRIA PLANA COM O GEOGEBRA

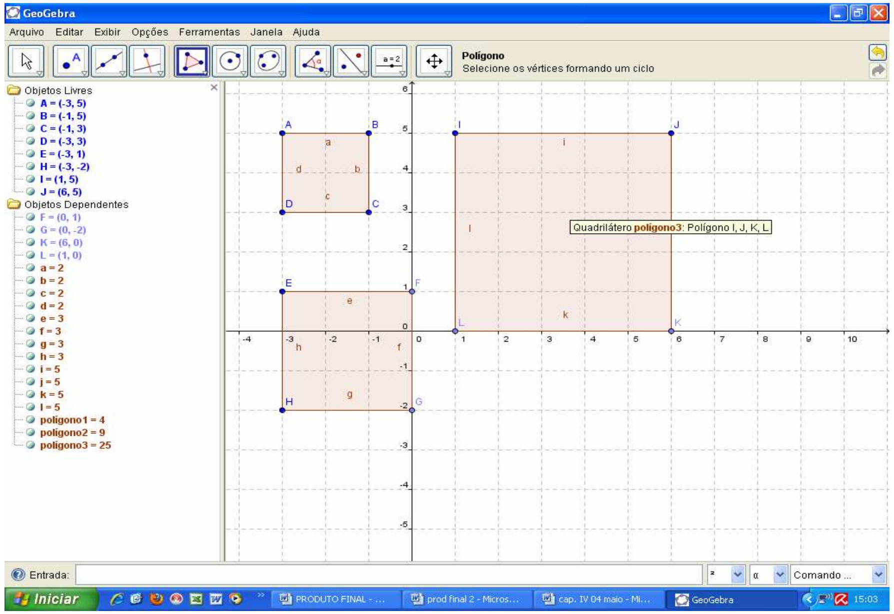
Apresentamos a seguir as atividades trabalhadas com o GeoGebra, durante o desenvolvimento da pesquisa, com exemplos de solução:

1-Construir quadrados e retângulos com áreas previamente definidas:

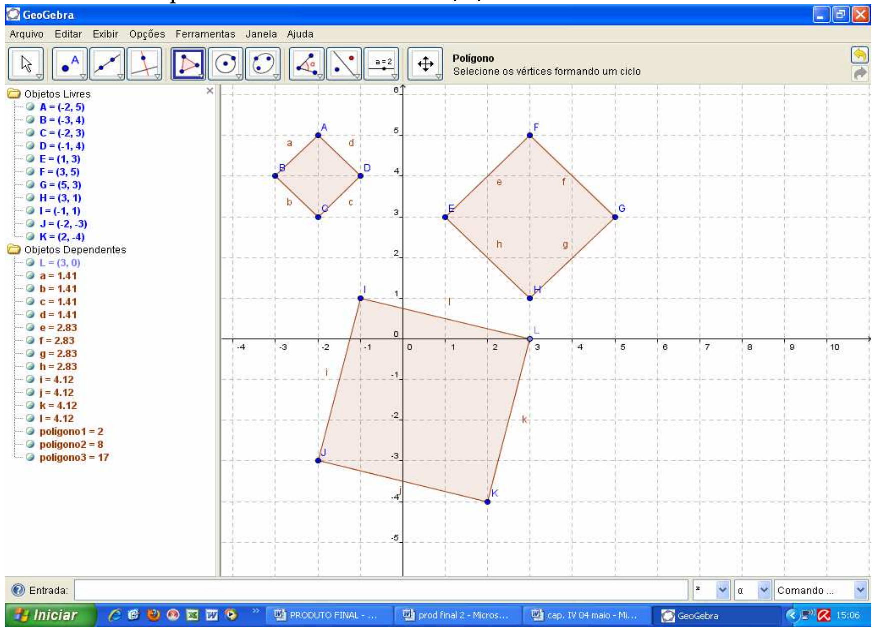
a) Retângulos de área 8,6,7,5.



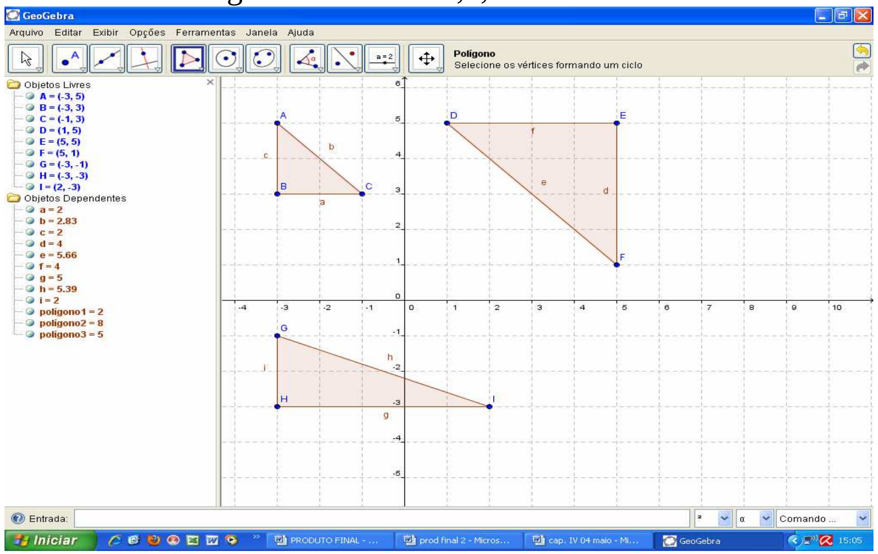
b) Quadrados de área 4,9,25.



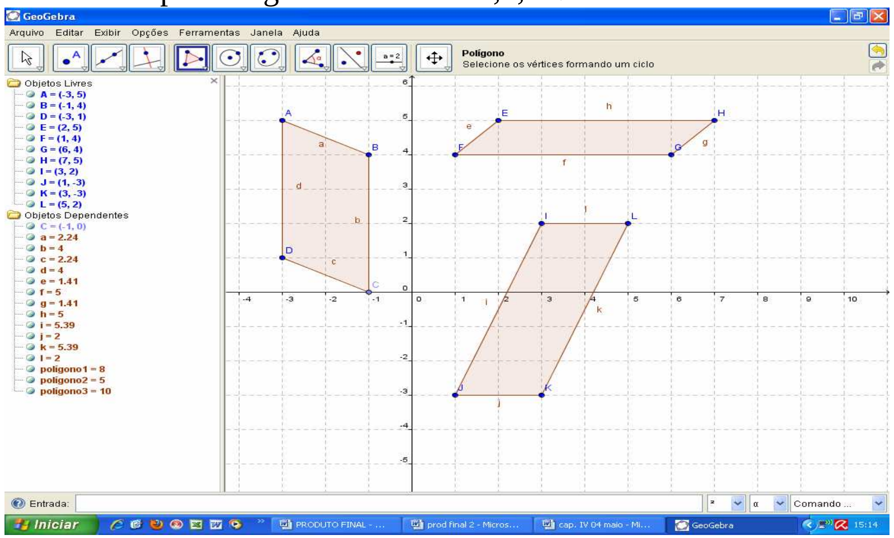
3-Construir quadrados com áreas 2,8,17.



2- Construir triângulos com áreas 2,8,5.



4-Construir paralelogramos de áreas 8,5,10.



ATIVIDADES DE GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOPLANO E/OU GEOGEBRA

Objetivo: Calcular a área da superfície de uma embalagem.

Apresentamos a seguir a atividade de Geometria Espacial que foi desenvolvida durante a pesquisa. Para a realização desta atividade, o professor deve providenciar, com a ajuda de seus alunos, embalagens de diversos formatos e tamanhos. Nesse momento, podem ser utilizadas apenas embalagens cujas faces sejam polígonos. À medida que o aluno for aprendendo a usar o GeoGebra, podem também ser utilizadas embalagens cilíndricas ou cônicas.

1- Observe cada embalagem recebida:

2- Identifique o polígono de cada face da embalagem:

3- Com a régua, meça cada aresta da embalagem e registre na folha que você recebeu:

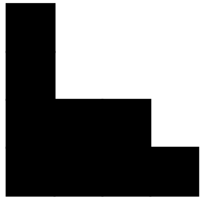
4- Construa, no Geoplano ou no GeoGebra, cada um dos polígonos e anote a área de cada um:

5- Encontre a área total da superfície da embalagem:

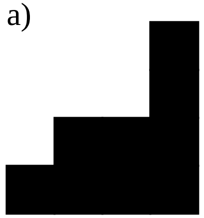
TESTE SOBRE ÁREAS APLICADO ANTES E DEPOIS DA PESQUISA

NOME: _______________________________TURMA______

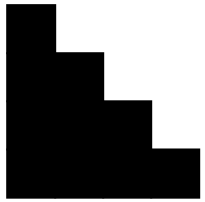
1-Identifique a(s) figura(s) que possuem a mesma área da figura dada:



a)

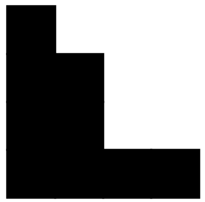


b)



c)

d)



2- Dois polígonos regulares têm todos os ângulos respectivamente iguais. Pode-se afirmar que eles possuem a mesma área? Por quê?

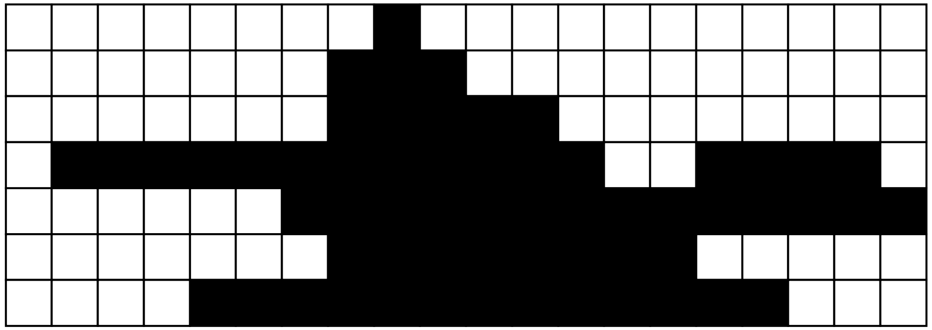
____

____

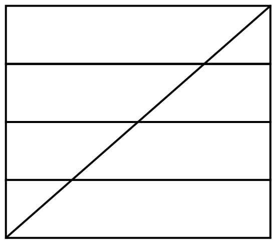
____

3-Marque V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas:
A)(   )A diagonal de um paralelogramo divide-o em dois triângulos de mesma área.
B)(   )Todo quadrado é um retângulo.
C)(   )Todo quadrado é um losango.
D)(   )Todo paralelogramo é um retângulo.
E)(   )Todo triângulo eqüilátero é isósceles.

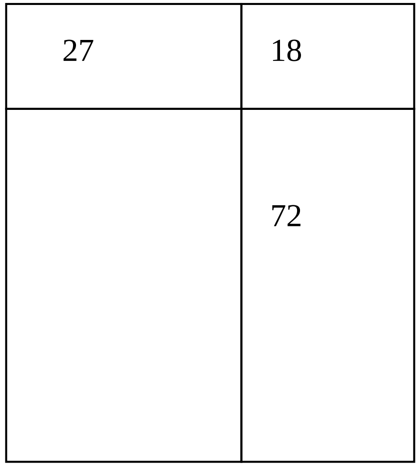
4-Quantos centímetros quadrados foram retirados do tabuleiro representado abaixo, sendo que cada quadradinho tem lado igual a 1 cm?



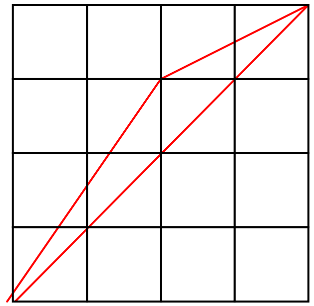
5-Para fazer um quadro bem moderno para sua escola, Roberto divide uma tela quadrada em 8 partes com quatro faixas de mesma largura e a diagonal, como na figura. Ele pinta o quadro de azul e verde, de modo que duas partes vizinhas tenham cores diferentes. No final, ele repara que usou mais verde do que azul. Que fração do quadro foi pintada de azul?



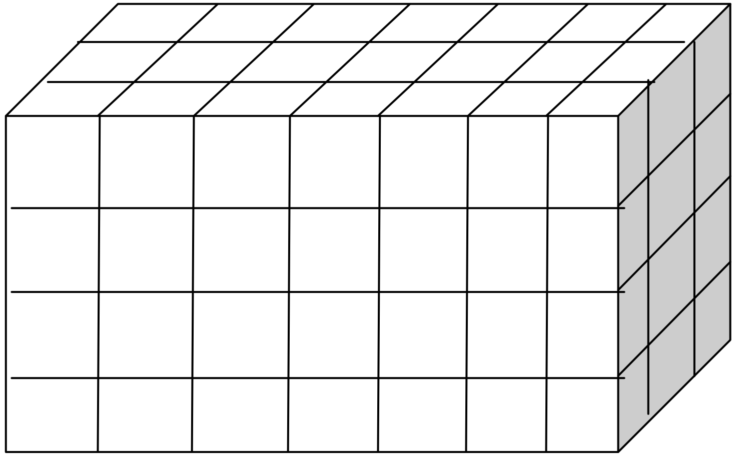
6-Um terreno retangular foi dividido em 4 terrenos, também retangulares. As áreas de 3 deles estão dadas na figura em km^2. Qual a área do terreno que foi dividido? (As medidas dos lados são inteiras)



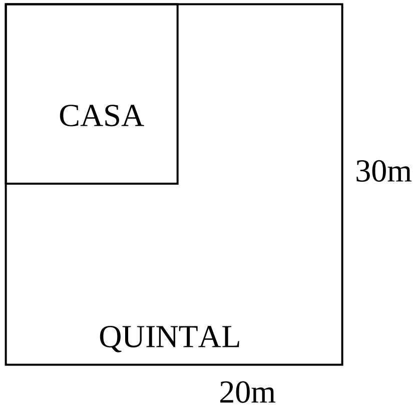
7-Considere o triângulo representado na malha quadriculada com quadrados de lados iguais a 1 cm. A área do triângulo é:



8-Um paralelepípedo é formado por vários cubos empilhados, conforme a figura abaixo. Responda: a)Se pintarmos de vermelho esse paralelepípedo, quantas faces dos cubos serão pintadas? b)Se cada cubinho tem uma aresta medindo 1 cm, qual a área da superfície pintada de vermelho?



9-Uma casa ocupa a quarta parte de um terreno, como na figura abaixo. O restante do terreno é usado como quintal. Para pavimentar o quintal com certo piso, este é comprado em caixas que comportam 1,5m^2 de piso. Quantas caixas deverão ser compradas?



10-Numa cozinha de 3 m de comprimento, 2 m de largura e 2,80 m de altura, as portas e janelas ocupam uma área de 4m^2. Para azulejar as paredes, o pedreiro aconselha a compra de 10% a mais de metragem a ladrilhar. Calcule a metragem de ladrilhos que se deve comprar.

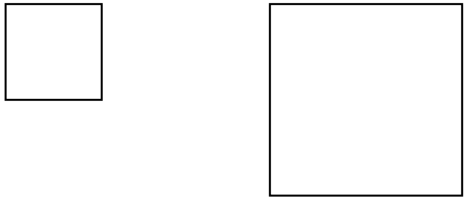
11-Uma caixa de sapatos tem a forma de um paralelepípedo retângulo e dimensões iguais a 16cm, 14cm e 12cm. Quantos centímetros quadrados de papelão são necessários para se construir essa caixa? Admita que se utilize 20% a mais de material para que seja possível fazer colagens e dobraduras necessárias à confecção da caixa.

12-Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1 m de profundidade:
Projeto 1: dimensões do retângulo: 16m x 25m
Projeto2: dimensões do retângulo: 10m x 40m.
Qual dos dois projetos fica mais economicamente viável para o proprietário da piscina?

RESOLUÇÕES E/OU RESPOSTAS DAS ATIVIDADES DO TESTE

1- A e D.

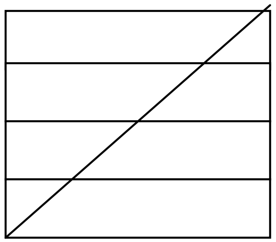
2- Não. Porque qualquer par de figuras semelhantes têm ângulos iguais mas não necessariamente terão áreas iguais. Ex:



3-a) V b) V c) V d) F e) V

4- 60 cm^2.

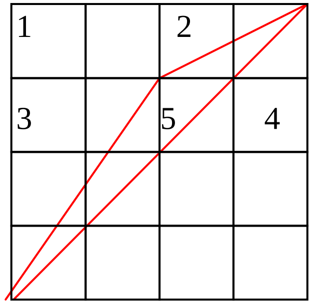
5-



Uma das sugestões é dividir o quadrado em 16 quadradinhos iguais, numerar as partes vizinhas com 1 e 2, respectivamente, e calcular a fração correspondente a cada uma delas. Daí, é só ver que a menor fração representa a parte pintada de azul, ou seja, 3/8 da figura.

6-Como as medidas dos lados são inteiras, pode-se começar tentando descobrir os lados do retângulo de área 18. Os inteiros cujo produto é 18 são: 18.1, 9.2 e 6.3. Por tentativas, chega-se às medidas 3 e 6, pois o lado menor também é lado do retângulo de área 27, cujos lados serão, por consequência, 3 e 9. Assim, o retângulo de área 72 terá lados iguais a 6 e 12. O último retângulo, então, terá lados iguais a 9 e 12 e sua área, portanto, será de 108 km^2. A área total será 27+18+72+108=225 km^2.

7- Uma sugestão é trabalhar com uma ideia subtrativa. Primeiramente, numere cada polígono que compõe a figura, conforme mostramos a seguir:

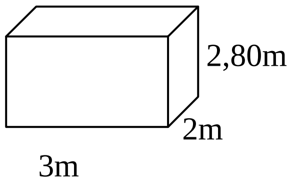


A figura 1 é um retângulo de base 2 e altura 1. logo, sua área é de 2 cm^2.
A figura 2 é um triângulo de base 2 e altura 1. logo, sua área é de 1 cm^2.
A figura 3 é um triângulo de base 2 e altura 3. logo, sua área é de 3 cm^2.
A figura 4 é um triângulo de base 4 e altura 4. logo, sua área é de 8 cm^2.
Lembramos que a figura toda é um quadrado de lado 4. Portanto, sua área é de 16 cm^2.
Para encontrar a área da figura 5, faça:
Área do quadrado –área1-área2-área3-área4.
Então, 16-2-1-3-8=2 cm^2.

8-faces da frente e de trás: 28+28=56 cm^2.
Faces da direita e da esquerda: 12+12=24 cm^2.
Face de cima: 21 cm^2.
Então, temos: 21+56+24=101 cm^2, pois a face do fundo não será pintada.

9-Área total: 20.30=600 m^2.
Área da casa: 600:4=150 m^2.
Área do quintal:600-150=450 m^2.
Então: 450:1,5=300.
Logo, devem ser compradas 300 caixas de piso.

10-



As medidas da cozinha estão representadas na figura acima. Dessa forma, temos: a=3m, b=2m e c=2,80m
Área Lateral= 2 (ac+bc) = 2 (3.2,80+2.2,80) = 2 (5.2,80) = 10.2,80 = $28m^2$.
Subtraindo a área de portas e janelas, temos: 28-4=$24m^2$. Como devemos acrescentar 10% ao resultado obtido, temos: 10% de 24= $2,4m^2$. 24+2,4=$26,4m^2$ de ladrilhos.

11- Área total: 2 (ab+ac+bc)=2 (16.14+16.12+14.12)=2 (224+192+168)=2.584=$1168cm^2$. Como devemos acrescentar 20% ao resultado obtido, temos: 20% de 1168= $233,6cm^2$.
Então, 1168+233,6=$1401,6cm^2$ de papelão.

12-

PROJETO	FUNDO	LATERAIS	ÁREA TOTAL
1	25.16=400	16+16+25+25=82	$482m^2$
2	40.10=400	10+10+40+40=100	$500m^2$

O projeto mais econômico é o projeto 1.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta apresentada neste livro pode ser considerada uma oportunidade de testar novos modos de ensinar e aprender. O surgimento de novas possibilidades pode auxiliar na resolução de problemas matemáticos e possibilitar uma melhor aprendizagem, voltada para a autonomia.

Esperamos que este material seja útil para os professores de Ensino Fundamental e Médio, na sua cotidiana tarefa de educar. Não é nenhuma fórmula mágica. O que pretendemos com este material é dar uma pequena contribuição para os educadores.

Em todos os níveis de Ensino, o Geoplano e o GeoGebra podem ser utilizados para o estudo de diversos assuntos, além de áreas, como por exemplo: medidas de comprimento, perímetro de figuras geométricas, sistemas, plano cartesiano, funções e diversos assuntos de geometria analítica.

Vale salientar que as sugestões aqui apresentadas não são únicas e nem definitivas, como é característico em pesquisa qualitativa. Não tivemos a pretensão de apresentar essas atividades, imaginando que elas sejam utilizadas de maneira idêntica ao que foi proposto. A ideia é, justamente, que cada professor, dentro da sua sala de aula, crie com seus alunos as estratégias para atingir os objetivos desejados.

No caso do ensino de Geometria, lançar mão de recursos como o Geoplano e o GeoGebra, que foram utilizados nessa pesquisa, pode não ser uma solução definitiva para suprir uma deficiência do ensino convencional, mas cria uma nova possibilidade para o desenvolvimento de habilidades geométricas e, consequentemente, para a aprendizagem de matemática de forma geral, podendo ser um forte aliado para a Educação Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSIS, Leonardo. *A modelagem como motivação e instrumento para o processo de ensino/aprendizagem da matemática.* Monografia de Especialização em Educação Matemática. Ouro Preto: UFOP, 2006. 76 p.

BOLGHERONI, Waldiney e SILVEIRA, Ismar Frango- *Software Livre Aplicado ao Ensino de Geometria e Desenho Geométrico*- Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática- Universidade Cruzeiro do Sul. Disponível em www.prodepa.gov.br/sbc2008/anais. Acesso em 18/11/2008- 9h e 30 min.

CANNONE, Giácomo. O ensino da matemática e as novas Tecnologias da Informação e da Computação (TIC): um estudo de caso de um grupo de professores de ensino fundamental, Ciclo I, em Tenerife - Espanha. In *Zetetiké/*, v.1, n.1, mar (1993).

GAZIRE, Eliane Scheid. *O não resgate das geometrias.* Tese de doutorado. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, 2000, 217 p.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, Vinícius de Azevedo Basso; KLÜSENER, Renita. *Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano*. Ijui – RS: Unijui, 2004. 52p.

MACHADO, Rosa Maria. *Mini-curso - explorando o geoplano.* In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>. Acesso em: 17/04/2010.

NASSER, Lílian (coordenadora). *Geometria segundo a teoria de van Hiele* – Instituto de Matemática – UFRJ – Projeto Fundão – SPEC- PADCP- CAPES – 1997, 87 p.

PAIS, Luiz Carlos. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.* Disponível em ww.anped.org.br/reunioes/23/textos /1999t.pdf > acesso em 18/11/2008, 9h.

PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino de geometria no Brasil: uma visão histórica.* Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. 1989, 196 p.

SANTOS, Silvana Claudia. *A Produção Matemática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem: O Caso da Geometria Euclidiana Espacial***.** Mestrado em Educação Matemática. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. Rio Claro (SP). 2006. 145 p.

VIANA, Marger C. V. *Vale utilizar softwares no Ensino de cálculo?* In: II HTEM- 2º Colóquio de Tecnologia e História no Ensino de Matemática. Luiz M. Carvalho Carlos A. de Moura (editores). Rio de Janeiro. Editora IME-UERJ. 2004. pp. 131-138.