ATIVIDADES DE MODELAGEM PARA O DESENVOLVIMENTO DA CRITICIDADE E CRIATIVIDADE

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Cássio Vidigal

ATIVIDADES DE MODELAGEM PARA O DESENVOLVIMENTO DA CRITICIDADE E CRIATIVIDADE

EDITORA UFOP

Ouro Preto | 2013

ATIVIDADES DE MODELAGEM PARA O DESENVOLVIMENTO DA CRITICIDADE E CRIATIVIDADE

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

Reitor da UFOP | Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza
Vice-Reitor | Profª. Drª. Célia Maria Fernandes Nunes

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLOGIAS
Drietor(a) | Profª. Raquel do Pilar Machado
Vice-Drietor(a) | Prof. Fernando Luiz Pereira de Oliveira

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E ´PÓS-GRADUAÇÃO
Pró-Reitor(a) | Prof. Dr. Valdei Lopes de Araújo
Drietor(a)-Adjunto | Prof. Dr. André talvani Pedrosa da Silva

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Coordenação | Prof. Dr. Dale William Bean

MEMBROS

Profª. Drª. Ana Crsitina Ferreira
Profª. Drª. Célia Maria Fernandes Nunes
Prof. Dr. Dale William Bean
Prof. Dr. Daniel Clark Orey
Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis
Profª. Drª. Marger da C. Ventura Viana
Profª. Drª. Maria do Carmo Vila
Prof. Dr. Milton Rosa
Prof. Dr. Plínio Cavalcanti Moreira
Profª. Drª Regina H. de O. Lino Franchi
Profª. Drª. Teresinha Fumi Kawasaki

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

Epigrafe

Criar significa dar forma a um conhecimento novo que é ao mesmo tempo integrado em um contexto global.

Fayga Ostrower

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Expediente Técnico

Organização | Cássio Vidigal

Pesquisa e Redação | Cássio Vidigal e Dale Bean

Projeto Gráfico e Capa | Editora UFOP

Fotos e Ilustrações | Cássio Vidigal

Índice

Prezado leitor

Atuando em universidades, faculdades ou institutos de ensino, lecionamos matemática para alunos de diversos cursos e, entre eles, cursos que não são da grande área de exatas como administração, medicina ou algumas licenciaturas. Geralmente as salas de aula destes cursos são repletas de estudantes que optaram por fazê-los justamente por não terem afinidade com a matemática e quando entra na sala um professor de alguma disciplina que se pareça com matemática (matemática, estatística, financeira), é comum se deparar com reações não muito amistosas. Quem já passou por isso tem ideia do que estou falando[1].

Em meados de 2010, um colega, professor da área de Geografia do instituto onde trabalho, me convidou para acompanhá-lo, junto de seus alunos, em uma visita técnica ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) em Cachoeira Paulista, São Paulo. Durante a viagem, alguns alunos que haviam sido reprovados em matemática (uma das disciplinas do curso) no primeiro semestre, começaram a me interpelar acerca da importância da matemática no curso de Geografia. Naquele momento, apesar de saber ser importante a disciplina de matemática, não consegui imaginar um argumento que fosse realmente forte a ponto de sensibilizá-los de tal importância pois palavras que soam como poesia pra mim podem não ter a mesma “beleza” para um estudante de Geografia.

[1] A pesquisa que deu origem a este produto educacional foi realizada com uma turma de licenciados em Geografia, no entanto as atividades aqui apresentadas podem ser desenvolvidas com outros cursos e outros níveis de ensino com poucas adaptações.

Já no INPE, a situação mudou. Lá pude perceber o quanto de modelagem matemática há na Geografia. Era a informação que eu precisava e esse foi o assunto da viagem da volta. Conversamos bastante sobre modelagem matemática e qual a sua utilidade para um geógrafo. Segundo Santi (2004) a modelagem matemática e os sistemas de informação geográfica tem se tornado cada vez mais importantes para planejamentos ambientais. Modelos matemáticos têm possibilitado a maximização do uso dos recursos naturais reduzindo os impactos sobre a natureza.

As “reações não muito amistosas” a que me referi no primeiro parágrafo podem se limitar ao primeiro contato do estudante com o professor de acordo com a forma que o docente conduz este contado e como conduzirá a disciplina até o final do semestre.

O objetivo deste material é fornecer uma possibilidade a professores que lecionam matemática em cursos superiores que não são da grande área de exatas, interessados em realizar atividades envolvendo modelos matemáticos, que partam de situações problemas encontradas em vários campos da atividade humana, nas quais fatores de interesses, valores e subjetividade são desvelados ao examinar as premissas e os pressupostos que fundamentam a construção dos modelos.

Cássio Vidigal

Apresentação

Este material é um produto educacional gerado a partir de uma pesquisa realizada pelo autor e seu orientador durante a realização do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. A pesquisa em questão foi realizada num instituto federal de ensino com alunos calouros do primeiro período do curso de Licenciatura em Geografia.

A dissertação[2] que deu origem a este produto está estruturada de tal forma que, depois de uma apresentação e introdução, está a fundamentação teórica em termos de modelagem, criticidade e criatividade. No capítulo seguinte estão os procedimentos que balizaram o desenvolvimento da pesquisa e da realização das atividades além dos métodos de análise dos dados. No terceiro capítulo, estão as descrições a respeito da realização das atividades preliminares e final. Neste capítulo da dissertação, também estão apresentados os resultados da análise de duas atividades preliminares e do trabalho final de dois grupos. Por fim, estarão as considerações finais e as referências.

Uma vez que a pesquisa de campo foi desenvolvida com estudantes de Licenciatura em Geografia, os pesquisadores optaram por adotar a ótica de Geografia Crítica para desenvolver uma compreensão de criticidade a fim de aproximar da realidade dos estudantes. Cremos, no entanto, que isto não impede que as atividades sugeridas como possibilidades neste material sejam desenvolvidas com estudantes de outras áreas acadêmicas que não a Geografia.

2 A dissertação em questão intitulada Desenvolvendo Criticidade e Criatividade com Estudantes de Geografia por Meio de Modelagem está disponível em www.ppgedmat.ufop.br.

Este material está estruturado de tal forma que, depois de uma fundamentação em termos do tripé Modelagem, Criticidade e Criatividade, são apresentadas seis possibilidades de atividades a serem desenvolvidas com os estudantes. Estas atividades são as mesmas que foram desenvolvidas durante a realização da pesquisa e aqui já são mostradas com as adaptações julgadas necessárias pelo pesquisador e orientador. Por fim, estão algumas considerações finais, referências, apêndices e anexos.

Nas considerações finais, destacamos a questão de investigação que balizou a pesquisa geratriz deste produto e uma noção da resposta apresentada.

Fundamentação

A pesquisa que originou este Produto Educacional, tem como principal eixo a modelagem como construção de modelos por meio da adoção de premissas e formulação de pressupostos adequados aos objetivos, necessidades, interesses ou aspirações do modelador. Nesta concepção de modelagem (BEAN, 2007, 2009, 2012a e 2012b), notamos uma forte presença de elementos que apontam para a possibilidade do desenvolvimento da criticidade e da criatividade por parte dos estudantes. Devido a isto, fundamentamos o trabalho também nestas duas áreas.

Bassanezi (2009, p. 15) aponta que a modelagem matemática pode promover um modelo de ensino “menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades” e justamente por promover uma ligação entre a matemática e outras ciências, evita a reprodução “de modos de pensar estanques fracionados”.

Para Biembengut (2009, p. 12, grifo da autora),

> é possível que a questão - *para que aprender matemática* - advinda de estudantes e a dificuldade de muitos professores em respondê-la a partir de aplicações nas diversas áreas do conhecimento tenham contribuído para Bassanezi defender a modelagem como estratégia de ensino de matemática.

A seguir, encontra-se uma síntese da fundamentação que está na dissertação. O objetivo desta síntese é fornecer um entendimento elementar acerca de como os termos modelagem, criticidade e criatividade estão sendo compreendidos pelo autor. A fundamentação completa está presente na dissertação.

Modelagem

Para descrever a modelagem é importante esclarecer o que está sendo concebido por modelo. Bassanezi (2009) descreve modelo como uma formalização por meio de um sistema artificial a partir da seleção de argumentos ou parâmetros considerados essenciais para explicar, entender ou agir sobre uma porção da realidade acerca da qual procura refletir. A seleção desses argumentos ou parâmetros considerados essenciais[3] é feita pelo modelador de acordo com os objetivos que almeja alcançar. Ou seja, alguns aspectos serão incorporados ao modelo e outros não e isto leva a trabalhar com uma parte da realidade.

Quando este modelo é escrito predominantemente em linguagem matemática, então temos um modelo matemático. Assim, entendemos por modelo matemático

> uma construção simbólica expressa principalmente na linguagem matemática, que se refere a algumas relações consideradas pertinentes a uma situação, de modo que o modelo auxilie na interpretação, compreensão e/ou tomada de decisão concernente a tal situação ou em outras situações, nas quais se considere adequado aplicar o modelo. (BEAN, 2012a, p. 5).

Quando não falamos em "linguagem matemática", ou seja, quando o modelo é expresso de outra forma, temos um *modelo* que, na nossa concepção, admite as mesmas características do modelo matemático exceto pela linguagem com que é apresentado.

A partir desta concepção de modelo, concebemos modelagem como a atividade de construir modelos. Blum e Niss (1991) apontam que modelar é estruturar e criar uma parte da realidade que remete aos conhecimentos, intenções e interesses do modelador. Nesta linha entendemos modelagem de acordo com Bean (2009, p. 90):

> modelagem (sem o adjetivo matemática) remete a objetivos, premissas e pressupostos na conceituação da realidade. É uma atividade

[3] Essencial no contexto de Bassanezi remete à ideia de que o modelo não deve ter tantas complicações, ou seja, deve ser desenvolvido com o mínimo de aspectos e relações que serve ao propósito.

distintiva, pois envolve o recorte e a construção conceitual de um isolado da realidade.

Para modelar, o modelador deve, em princípio, criar um recorte da situação a ser modelada. Este recorte é o que Bean (2009, 2012a, 2012b) chama de *isolado.* Para este autor, o cerne da modelagem está no “recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador” (Bean, 2009, p. 2).

De acordo com Melillo e Bean (2011), premissa é uma teoria, um princípio ou uma ideia-guia que o modelador adota para nortear seu pensamento na modelagem. É comum que as premissas sejam adotadas de acordo com os costumes e valores do modelador e muitas vezes as premissas são adotadas sem que o modelador esteja ciente disso, por conceber situações dentro de um esquema padrão. Por exemplo, quando questionamos sobre o destino do prêmio de loteria de um bilhete comprado conjuntamente entre duas pessoas, é comum pensar em como repartir o dinheiro entre os apostadores premiados e não em doar o prêmio para uma instituição de caridade. Agimos dessa forma porque *sempre* foi assim, ou seja, é praxe que apostadores ganham na loteria, o prêmio é dividido entre elas.

Premissas fazem parte da forma de entendimento global de um problema. O modelador, ao adotar premissas, estabelece as diretrizes gerais para a modelagem. Por isto, se forem adotadas premissas diferentes, a modelagem, se fundamentará em bases diferentes no que se refere à conceituação e entendimentos dos modeladores e, assim, o processo será diferente.

Enquanto a premissa é uma afirmação mais global, o pressuposto refere-se a algo mais específico, ou seja, à situação a ser modelada. De acordo com Bean (2007, 2012a) um pressuposto é formulado em consonância com a situação que inclui os interesses dos modeladores objetivando a construção do modelo. Os modeladores não têm pretensão de comprovar ou validar os pressupostos, sendo que não é incomum que esses são proposições que contrariam o que os modeladores entendem para realidade[4], entretanto os pressupostos não devem contrariar as premissas.

EXEMPLO DE PREMISSAS E PRESSUPOSTOS

Um exemplo que ilustra como as noções de premissa e pressuposto são utilizadas na modelagem é o do destino de um prêmio de um bilhete lotérico adquirido, em conjunto por duas pessoas. Esta situação foi apresentada por Peled e Bassan-Cincinatus (2005 apud BEAN, 2009, p. 92) e adaptada por Bean (2009). Na situação, as duas pessoas ganharam um prêmio de R$40,00 por um bilhete custando R$5,00 no ato da compra. Uma das pessoas arriscou R$2,00 e a outra R$3,00. A problemática centra na questão a respeito do que os dois amigos devem fazer com o prêmio. Se partir da *premissa* que o prêmio deve ser compartilhado entre os apostadores, uma variedade de aspectos para desenvolver e justificar uma maneira de repartir o dinheiro podem ser consideradas. Por exemplo, e o que é mais comum, pode levar em consideração o valor que cada um arriscou (aspecto) para a construção de um modelo de repartição. Ainda assim, tem que qualificar este aspecto que é o *pressuposto* (MELILLO e BEAN, 2011). Por exemplo, pode ser argumentado que quem arriscou o maior valor deve receber a maior parte dos R$40,00. Embora que a *matematização* já tenha começado (comparação de grandezas), essa pode ser refinada, por exemplo, utilizando proporcionalidade, um método de repartição também muito comum e socialmente aceita. No caso de proporcionalidade em relação aos valores arriscados (R$2,00 e R$3,00), a divisão

[4] Por exemplo quando Galileu propôs o modelo da queda livre, desconsiderou o atrito com o ar. Mesmo sabendo que existia o atrito e que este interfere na queda dos corpos, optou por desconsiderá-lo uma vez que o modelo sem este aspecto atendia às suas necessidades.

seria baseada nesses valores e uma das pessoas ficaria com R$16,00 e outra com R$24,00. A diferença de R$8,00 pode ser considerada pequena e talvez nenhum dos dois apostadores se preocuparia em questionar este modelo de repartição.

Entretanto, se o prêmio for um valor mais elevado, por exemplo, R$40.000,00, o pressuposto que diz que a pessoa que arriscou o maior valor deve receber a maior parte do prêmio pode ser questionado. E, ainda mais discutível, pode ser a matematização em termos de proporcionalidade: uma das pessoas ficaria com R$16.000,00 e a outra com R$24.000,00. Agora, a diferença de R$8.000,00 pode ser considerada significativa em relação aos valores apostados. Neste contexto, em que o valor do prêmio é significativo, a adequação da proporcionalidade como matematização, pode ser questionada frente aos valores arriscados pelos apostadores

Há também a possibilidade, com a mesma premissa de que o prêmio deve ser compartilhado entre os apostadores, que a diferença em relação aos valores apostados seja desprezada tomando a amizade como um aspecto a ser considerado. Assim, o modelo de repartição do prêmio em partes iguais pode ser mais adequado ao contexto de uma grande amizade entre os apostadores.

Vale dizer no entanto, que outras premissas podem ser assumidas. Um exemplo seria a de que o que é recebido sem esforço deve ser aplicado para o bem comum. Partindo desta ideia, o prêmio pode ir para alguma entidade social como uma instituição de caridade. A partir daí, não se pensa em como o prêmio deve ser dividido entre os amigos, a discussão poderia ser, por exemplo, qual dos dois deve escolher a instituição ou instituições de caridade – decisões voltadas a experiências pessoais e familiares.

A modelagem, em termos de premissas e pressupostos, fundamenta o desenvolvimento do trabalho que originou este produto educacional e a criticidade e a criatividade se referem às premissas e aos pressupostos. A seguir, estão nossas concepções de criticidade e de criatividade.

Criticidade

O desenvolvimento da criticidade por parte dos estudantes é um dos objetivos das atividades constantes desse livreto e o entendimento que temos de criticidade parte da concepção de Crampton (2008, p. 86),

> Uma crítica não é um projeto para encontrar falhas, mas o exame dos pressupostos de um campo do conhecimento. Seu propósito é entender e sugerir alternativas para as categorias de conhecimento que usamos. Essas categorias (i.e., pressupostos e noções familiares) moldam o conhecimento tanto quanto o possibilitam.

Partindo de novas premissas e / ou formulando pressupostos diferentes dos já existentes, é possível modificar a realidade existente no que diz respeito, por exemplo, às relações interpessoais ou à forma como as situações são tratadas. Crampton (2008, p. 87) ainda completa que “as críticas não visam escapar às categorias, mas antes mostrar como elas surgem e quais outras possibilidades existem”. Desta forma, “o designativo de crítica, diz respeito, principalmente, a uma postura frente à realidade, frente à ordem constituída” (MORAES, 2007, p. 119). Neste sentido, os críticos são aqueles que se posicionam por uma transformação da realidade social, pensando o seu saber como uma arma desse processo.

O nosso objetivo, ao pesquisar e discutir “criticidade” é buscar formas de proporcionar aos estudantes, o desenvolvimento e a expressão de um senso crítico que os permitam agir de forma crítica sobre o espaço buscando melhores condições de vida e de trabalho e, como Vessentini aponta no prefácio da obra de Lacoste (1988, p. 7),

> a atitude crítica implica em repropor, recriar a interrogação, pois não há uma pergunta que resida em nós e uma resposta que resida nas coisas: a solução está também em nós e o problema reside também nas coisas. Há algo da natureza da interrogação que se transfere para a resposta.

Para fazer uma nova proposta e criar uma nova questão, o aluno deve ser criativo. Assim, a criatividade é uma característica essencial do cidadão crítico que se propõe a apontar não só os problemas mas também a apresentar as soluções.

Criatividade

Seabra (2008) caracteriza criatividade como a capacidade que temos de produzir ideias, gerar reestruturações e objetos artísticos novos e originais, fazer descobertas e invenções que são aceitas pelos especialistas como elementos valiosos no domínio da tecnologia e da Arte. Uma atividade caracterizada como criativa não consegue escapar da análise dos especialistas (por exemplo, críticos de arte, acadêmicos ou cientistas) mas, ainda segundo Seabra (2008, p. 6), são necessárias três características consideradas essenciais a uma atividade criativa: “ser original ou novo, ser útil ou interessante e refletir a marca do seu criador”.

Para Ostrower (2010) a criação consiste em compreender os fenômenos envolvidos em uma determinada situação e, por conseguinte, estabelecer relações, ordenações, configurações e significados. Isso destaca que “a criatividade é um potencial inerente ao homem, e a realização desse potencial uma de suas necessidades” (OSTROWER, 2010, p. 5). Acerca da compreensão de fenômenos e estabelecimento de novas relações, Vigotski (2010, p. 20) aponta que tudo aquilo que se imagina é construído a partir de elementos hauridos da realidade e presentes em experiências anteriores da pessoa. Vigotski (2010, p. 22) chama de “primeira e mais importante lei a que se subordina a atividade da imaginação" e formula a lei afirmando que "a atividade criadora da imaginação depende diretamente da riqueza e da diversidade da experiência anterior da pessoa, porque essa experiência constitui o material com que se criam as construções da fantasia" (VIGOTSKI, 2010, p. 22).

Nos processos criativos entram "tudo que o homem sabe, os conhecimentos, as conjecturas, as propostas, as dúvidas, tudo que ele pensa e imagina" (OSTROWER, 2010, p. 55). A utilização de todos estes elementos é que torna o indivíduo torna-se capaz de criar mais e mais.

Modelagem, Criticidade e Criatividade

De acordo com Bean (2009) modelagem é a construção de modelos que remetem aos objetivos e interesses do modelador e esta construção é realizada a partir de premissas assumidas, aspectos considerados e pressupostos formulados. Assim, a modelagem é uma atividade crítica e criativa onde o modelador tem a oportunidade de se colocar diante de uma situação questionando-a (criticidade) e criando novas relações (criatividade) quando as relações vigentes já não mais atendem as suas expectativas, necessidades e ansiedades**.**

> O processo de modelagem não se limita a produzir uma imagem simplificada de alguma parte de uma realidade pré-existente. Em vez disso, modelagem matemática cria e também estrutura um pedaço da realidade, de acordo com os conhecimentos, intenções e interesses do modelador[5](BLUM E NISS, 1991, p. 39).

[5] Tradução nossa de "The modelling process does not merely yield a simplified but true image of some part of a pre-existing reality. Rather, mathematical modelling also structures and creates a piece of

E essa concepção de recriação e mudança de conceituações está de acordo com BEAN (2007, p. 42-43) que afirma que a Modelagem

> reconceitualiza e muda a compreensão de fenômenos, ou transforma o enfoque desse entendimento, fundamentando-se em novas hipóteses, premissas ou recortes e transformando o modo como compreendemos e interagimos com o mundo, ou seja, transforma a realidade.

Assim, a concepção de modelagem aqui adotada comunga com Ostrower (2010) e Vigotski (2010), quando apontam que criar é dar forma a algo novo.

Ao criar um novo modelo, o modelador está agindo no sentido transformar a realidade em que vive (BEAN, 2007). Ao criar um modelo de uma situação, o modelador é obrigado a se posicionar diante daquela situação, analisar os aspectos envolvidos e assumir uma postura crítica no sentido de selecionar aspectos a serem considerados e como abordá-los. Em termos de modelagem estará assumindo novas premissas e / ou formulando pressupostos diferentes daqueles em que se baseiam as ordenações já existentes. Ao acrescentar informações a algo criado, o homem está, de alguma forma, favorecendo novas interpretações as situação / coisas. Se o que ele cria é, por exemplo, um mapa, ele está lançando o seu olhar para a região mapeada e esta nova representação com os novos elementos criados pelo mapeador pode oferecer, ao usuário deste mapa, perspectivas que provavelmente não eram perceptíveis antes.

reality, dependent on knowledge, intentions and interests of the problem solver." É relevante destacar que, para Blum e Niss, "problem solver" é mais abrangente que modelador, entretanto interpretamos por "problem sover" a pessoa construindo o modelo (referente a "modelling process") ou seja, o modelador.

Atividades

Seguem, agora, possibilidades de atividades de modelagem (matemática) para serem realizadas com os estudantes. Estas atividades foram realizadas durante a pesquisa de campo e visam a compreensão da concepção de modelagem a partir da adoção de premissas e formulação de pressupostos além do desenvolvimento da criticidade e da criatividade por parte dos estudantes. As atividades foram testadas diante dos objetivos da pesquisa que originou este produto e diante dos objetivos específicos de cada atividade. Aqui estão apresentadas com ajustes que os pesquisadores julgaram pertinentes à luz da pesquisa. As atividades, com exceção de uma, foram realizadas em grupo. Nelas os alunos eram apresentados às situações propostas, desenvolviam a atividade e, em seguida, socializavam os resultados. A única atividade que não foi realizada em grupo, consistiu numa discussão acerca de dois textos na atividade sobre “a cigarra e a formiga”.

Em cada enunciado, seguem informações acerca de como as atividades foram conduzidas durante a pesquisa que resultou neste livreto e alguns resultados obtidos. No entanto, nada impede de serem adaptadas a outras realidades. Como já apontado, trata-se de uma sugestão de possibilidades.

Primeira Atividade – Bilhete Lotérico

A primeira atividade, o “problema do prêmio de loteria” aborda uma situação apresentada por Peled e Bassan-Cincinatus (2005 apud BEAN, 2009, p. 92) e adaptada por Bean.

Os alunos devem apresentar solução(ões) para o seguinte problema:

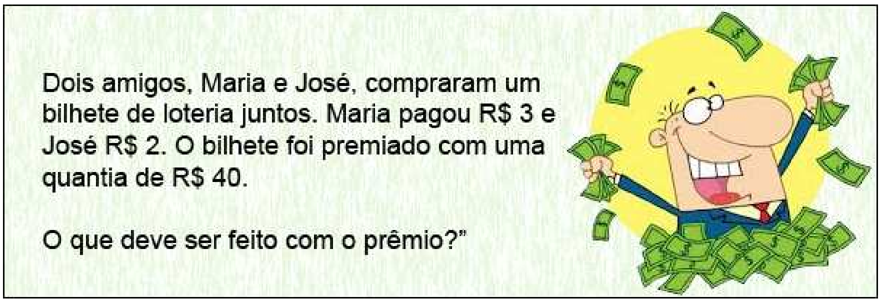

Figura 1: Enunciado da primeira atividade

A proposta é que esta atividade seja realizada em grupos de 4 a 6 alunos. Depois de apresentado o problema aos alunos, eles devem discutir, por cerca de 30 minutos, quais aspectos devem ser considerados na hora de dar destino ao prêmio e como estes aspectos devem ser considerados. Por fim, devem apresentar um modelo para destinação do prêmio. Sugere-se que o professor passe nos grupos à medida que as discussões vão acontecendo a fim de dar responder dívidas dos estudantes.

Depois das discussões internas nos grupos, os modelos de destinação do prêmio devem ser apresentados aos colegas e discutidos.

O professor pode sugerir alternativas como, por exemplo, se o prêmio fosse de 40 mil reais ou mesmo de 40 milhões de reais. Neste caso os modelos propostos continuariam os mesmos ou deveriam mudar?

O objetivo desta atividade é que os alunos discutam entre si (internamente nos grupos) e depois com os demais colegas apresentando alternativas para a destinação do prêmio criando e argumentando acerca de suas proposições, com atenção a suas próprias premissas e os pressupostos nos quais suas soluções se fundamentam.

Alguns resultados obtidos

A maioria das soluções apresentadas apontou que os alunos partiram da premissa de que o prêmio deveria ser compartilhado entre os apostadores e, como matematização do pressuposto, apresentaram que a divisão deveria ser feita em termos de proporcionalidade. Uma das soluções descreve esse raciocínio pode ser vista na figura a seguir.

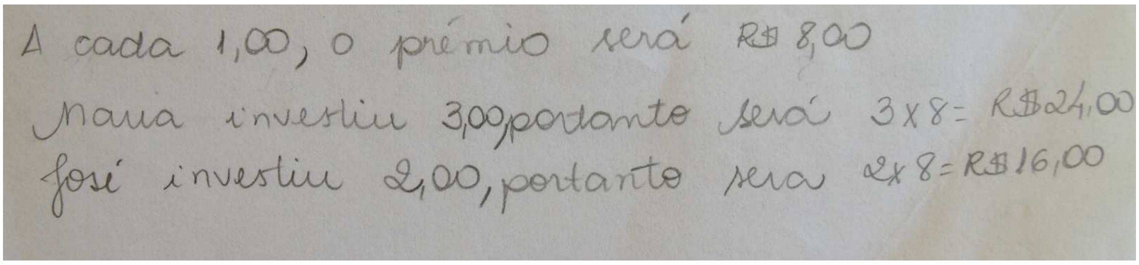
A cada 1,00, o prêmio será R$ 8,00
Maria investiu 3,00 portanto será 3x8= R$24,00
José investiu 2,00, portanto será 2x8=R$16,00

Figura 2: Modelo de divisão do prêmio de loteria em termos de proporcionalidade retirado da folha de um dos grupos

Com a predominância das soluções em termos de dividir o prêmio em partes proporcionais aos valores arriscados por João e Maria, o professor sugeriu, que os alunos pensassem em alternativas. Então surgiram soluções que apontavam, por exemplo, que o prêmio poderia ser usado para comprar algo que os dois tinham interesse em possuir juntos, como pode ser visto na Figura 3.

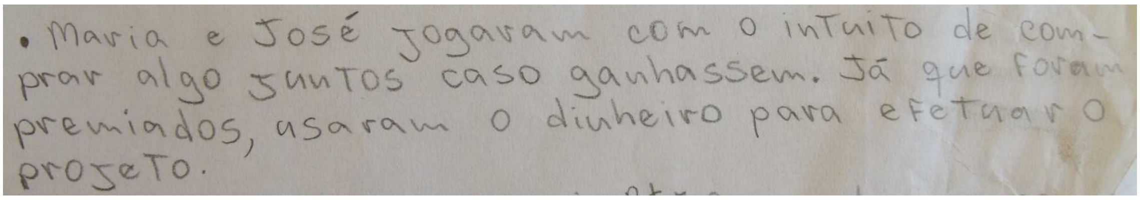
• Maria e José jogaram com o intuito de comprar algo juntos caso ganhassem. Já que foram premiados, usaram o dinheiro para efetuar o projeto.

Figura 3: Modelo partindo da premissa de que o resultado de um ganho comum deve ser reinvestido em um projeto comum

Outros grupos propuseram dividir em partes iguais considerando o aspecto amizade. Nas duas figuras a seguir, podemos destacar a premissa, o aspecto considerado (o quê) e o pressuposto (como considerá-lo).

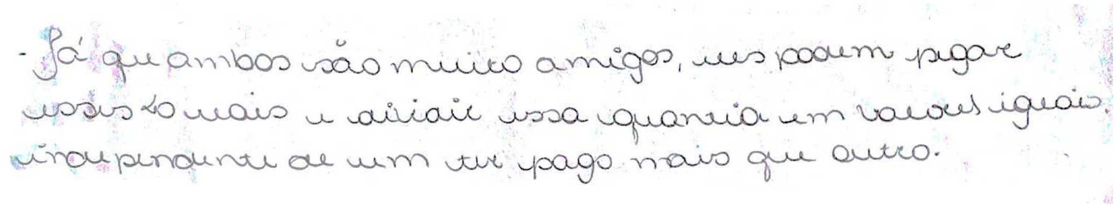
- Já que ambos são muito amigos, eles podem pegar esses 40 reais e dividir essa quantia em valores iguais, independente de um ter pago mais que outro.

Figura 4: Modelo da divisão em partes iguais

No recorte da Figura 4, os estudantes escrevem que “*já que ambos são muito amigos, eles podem pegar esses 40 reais e dividir essa quantia em partes iguais independente de um ter pago mais que o outro*”. Neste modelo, parte-se da premissa de que o prêmio deve ser dividido entre os apostadores (José e Maria) e considerando o aspecto *amizade*, pressupondo que um amigo não devem se preocupar em ganhar mais que o outro; e assim, o pressuposto matematizado é uma divisão em partes iguais.

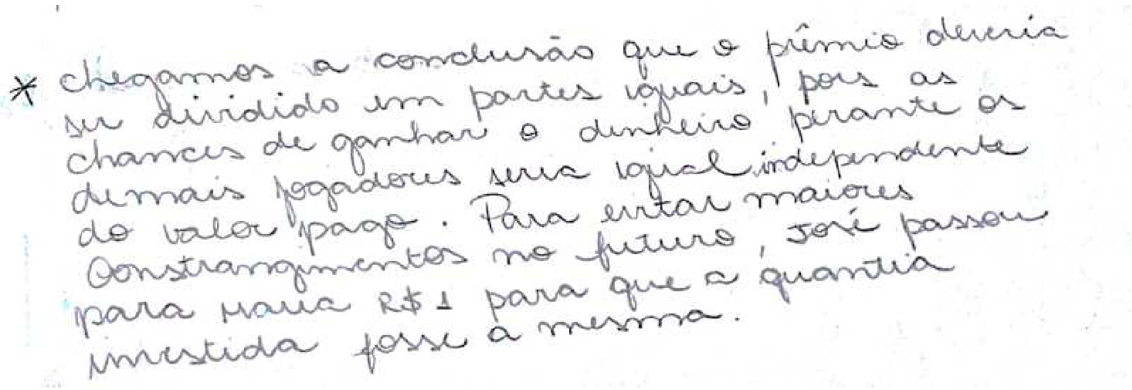
* chegamos a conclusão que o prêmio deveria
ser dividido em partes iguais, pois as
chances de ganhar o dinheiro perante os
demais jogadores seria igual independente
do valor pago. Para evitar maiores
Constrangimentos no futuro, José passou
para Maria R$ 1 para que a quantia
investida fosse a mesma.

Figura 5: Modelo com divisão em partes iguais e devolução da diferença investida

Na Figura 5, está escrito que "*chegamos a conclusão que o prêmio deveria ser dividido em partes iguais, pois as chances de ganhar o dinheiro perante os demais jogadores seria igual independente do valor pago. Para evitar maiores constrangimentos no futuro, José passou para Maria R$1,00 para que a quantia investida fosse a mesma*".

Neste modelo, a premissa é a mesma: o prêmio deveria ser dividido entre os apostadores. Vale destacar que os alunos justificam uma divisão igualitária do prêmio perante as chances de os apostadores ganharem serem iguais às de qualquer outro apostador. Ao considerarem o aspecto "relacionamento" e a necessidade da manutenção deste bom convívio, (quando escreveram "*para evitar maiores constrangimentos no futuro*" – José passou R$ 1,00 para Maria[6]) os alunos propuseram que a divisão em partes iguais com nenhum ganhando mais que o outro.

[6] Esta "devolução a fim de equilibrar os valores investidos, deveria ser de R$0,50 entretanto os alunos não devem ter observado esta situação.

Considerações acerca da primeira atividade - Bilhete Lotérico

O objetivo desta atividade é que os estudantes tenham um primeiro contato com a ideia de adoção de premissas, levantamento de aspectos, formulação de pressupostos e matematização. Apesar de ser a primeira atividade, é possível notar que os estudantes já começam a criar e justificar “soluções”.

Apesar de não utilizarem os termos *premissa*, *aspecto, pressuposto* e *matematização*, há indícios que apontam para a compreensão intuitiva desses conceitos.

Quando realizamos a atividade durante a nossa pesquisa, a tendência das repostas inicias dos alunos era para a divisão do prêmio entre os apostadores/arriscadores. Partindo dessa premissa, o pressuposto comum era que “quem pagou mais deve ficar com uma parcela maior” e, aí matematizavam dividindo o prêmio em partes proporcionais aos valores arriscados ou Maria, que apostou R$1,00 a mais recebia R$1,00 a mais (R$20,50 e R$19,50). Ainda nessa mesma premissa, considerando o aspecto amizade/relacionamento, pressupunham uma divisão em partes iguais.

Ao serem questionados sobre alternativas de destinação do prêmio, os alunos propuseram algo como reinvestir o dinheiro do prêmio (R$40,00) na compra de outros bilhetes de loteria visando um prêmio maior.

Vale ressaltar que mesmo sem mencionar os conceitos de modelagem, criticidade e criatividade, todos estes foram explorados já na primeira atividade.

Segunda Atividade – A cigarra e a formiga

A segunda atividade, baseada em Bean (2007), consiste da apresentação de duas versões da fábula “A cigarra e a formiga”: uma de La Fontaine e outra de Monteiro Lobato. As duas versões seguem no quadro a seguir. A tarefa exemplifica uma modelagem que não envolve linguagem matemática.

<table>
<tr><td>A CIGARRA E A FORMIGA

(La Fontaine)</td><td>A CIGARRA E A FORMIGA (A FORMIGA BOA)

(Monteiro Lobato)</td></tr>
<tr><td>A cigarra, sem pensar em guardar,

a cantar passou o verão.

Eis que chega o inverno, e então,

sem provisão na despensa,

como saída, ela pensa

em recorrer a uma amiga:

sua vizinha, a formiga,

pedindo a ela, emprestado,

algum grão, qualquer bocado,

até o bom tempo voltar.

"Antes de agosto chegar,</td><td>Houve uma jovem cigarra que tinha o costume de chiar ao pé do formigueiro. Só parava quando cansadinha; e seu divertimento era observar as formigas na eterna faina de abastecer as tulhas.

Mas o bom tempo afinal passou e vieram as chuvas. Os animais todos, arrepiados, passavam o dia cochilando nas tocas.

A pobre cigarra, sem abrigo em seu galhinho seco e metida em grandes apuros, deliberou socorrer-se de alguém.

Manquitolando, com uma asa a arrastar, lá se dirigiu para o formigueiro.

Bateu – tique, tique, tique...

Aparece uma formiga friorenta, embrulhada num xalinho de paina.

- Que quer? – perguntou, examinando a triste mendiga suja de lama e a tossir.

- Venho em busca de agasalho. O mau tempo não</td></tr>
</table>

pode estar certa a senhora: pago com juros, sem mora." Obsequiosa, certamente, a formiga não seria. "Que fizeste até outro dia?" perguntou à imprevidente. "Eu cantava, sim, Senhora, noite e dia, sem tristeza." "Tu cantavas? Que beleza! Muito bem: pois dança agora..." Do livro Fábulas de La Fontaine, 1992.	cessa e eu... A formiga olhou-a de alto a baixo. - E que fez durante o bom tempo que não construí a sua casa? A pobre cigarra, toda tremendo, respondeu depois dum acesso de tosse. - Eu cantava, bem sabe... - Ah!... exclamou a formiga recordando-se. Era você então que cantava nessa árvore enquanto nós labutávamos para encher as tulhas? - Isso mesmo, era eu... - Pois entre, amiguinha! Nunca poderemos esquecer as boas horas que sua cantoria nos proporcionou. Aquele chiado nos distraía e aliviava o trabalho. Dizíamos sempre: que felicidade ter como vizinha tão gentil cantora! Entre, amiga, que aqui terá cama e mesa durante todo o mau tempo. A cigarra entrou, sarou da tosse e voltou a ser a alegre cantora dos dias de sol. Do livro Fábulas, Monteiro Lobato, 1994.

Quadro 1: Versões da Fábula "A CIGARRA E A FORMIGA"

Sugere-se que as duas versões da fábula sejam impressas em folhas distintas. Em princípio, metade dos alunos deve receber a versão de Fontaine e a outra metade deve receber a versão de Lobato. Os alunos devem ser instruídos a ler o texto que receberam. O objetivo é instigar percepções diferentes na hora de socializar as impressões acerca do texto.

Depois de alguns minutos, quando perceber que os alunos já terminaram a leitura, o professor deve começar a questionar os alunos acerca da atitude da formiga em relação ao pedido da cigarra. Diante das falas desencontradas (já que cada versão apresenta uma atitude diferente da formiga no final), é feito um convite para a ler a outra versão. O professor então distribui as folhas que ainda restam de tal forma que todos os alunos recebem as duas versões da fábula.

Depois de lidas as duas versões, os estudantes são convidados a analisar possíveis premissas e pressupostos de cada texto mediante a possível intenção de cada autor ao escrevê-los. Observa-se com isso que premissas distintas podem levar a modelos diferentes. Observa-se também que as premissas adotadas e os pressupostos formulados atendem aos interesses do modelador.

Premissas e pressupostos na fábula

Existem diversas formas de analisar as duas versões da fábula sob a ótica de premissas e pressupostos. Segue uma dessas análises que ocorreram na realização desta atividade durante o desenvolvimento das atividades de campo da pesquisa que originou este produto educacional.

Em ambas as versões, os autores partem da premissa de que o trabalho deve ser recompensado. Na versão do francês, ainda podemos destacar que o não trabalho deve ser castigado.

A diferença nas versões está no pressuposto do aspecto cantar. Para Fontaine (1992), cantar não é trabalhar e por isso não merece retribuição:

"Que fizeste até outro dia?"

perguntou à imprevidente.

"Eu cantava, sim, Senhora,

noite e dia, sem tristeza."

"Tu cantavas? Que beleza!

Muito bem: pois dança agora..."

Devido a isto, quando a cigarra pede abrigo à formiga, o socorro lhe é negado uma vez que “não trabalhou” no verão para se preparar para inverno.
O pressuposto formulado pelo autor brasileiro é diferente. Lobato (1994) considera a arte como um trabalho e nos informa isso por meio da fala da formiga ao receber a cigarra:

> - Pois entre, amiguinha! Nunca poderemos esquecer as boas horas que sua cantoria nos proporcionou. Aquele chiado nos distraía e aliviava o trabalho. Dizíamos sempre: que felicidade ter como vizinha tão gentil cantora! Entre, amiga, que aqui terá cama e mesa durante todo o mau tempo.

Nesta versão da fábula, a cantoria da cigarra tornava menos duros os dias de trabalho árduo e assim contribuíam para que as formigas trabalhassem melhor.
Podemos concluir o modelo de La Fontaine tem como objetivo a valorização do trabalho braçal enquanto Monteiro Lobato objetiva valorizar a arte.

Terceira Atividade – O Homem que Calculava

A terceira atividade trata da interpretação de uma situação encontrada no capítulo 4 do livro *O Homem que Calculav*a, de Malba Tahan (2001): o pagamento de 8 pães com 8 moedas de ouro. A interpretação em termos de premissas e pressupostos é devido de Melillo (2011) em que o ele propõe novos modelos para a distribuição das moedas destacando premissas, aspectos e pressupostos.

Para a realização da atividade, os alunos devem ler, com antecedência, o Capítulo 4 do livro *O Homem que Calculava*[7] de Malba Tahan (2001). É relevante também que o professor conheça o texto do anexo II deste livreto no qual o professor Célio Melillo propõe outras formas de destinar as moedas.

[7] O capítulo em questão encontra-se no Anexo I.

Após ler o texto em que a personagem Beremiz Samir apresenta soluções distintas (baseadas em pressupostos diferentes) para um mesmo problema e o professor ter comentado sobre outros modelos de distribuição das moedas, os alunos, divididos em grupos, serão convidados a discutir premissas, aspectos e pressupostos presentes no texto. Para isto, devem preencher um quadro como este a seguir onde terão a oportunidade de refletir acerca de cada um dos elementos da modelagem matemática sob a ótica de premissas e pressupostos.

Modelo analisado	
Premissa (Ideia-guia)	
Aspectos considerados	
Pressupostos (qualificação dos aspectos)	

Caso os alunos apresentem alguma dificuldade na interpretação dos termos *aspecto* e *pressuposto*, uma maneira de esclarecer (que foi sugerida por um estudante) é o professor indicar que *aspecto* é *o quê* considerar e *pressuposto* é *como* considerá-lo[8].

Depois de preencher o quadro, as respostas apresentadas pelos alunos devem ser socializadas entre todos os colegas. A socialização é importante pois é o momento de os alunos mostrarem em que ponto está o entendimento acerca dos conceitos de *premissa*, *aspecto* e *pressuposto.* O professor também pode propor que os alunos criem um novo modelo para distribuição das 8 moedas preenchendo o quadro novamente, agora com as suas próprias criações.

Quarta Atividade – Distribuição de sementes

A quarta atividade tem o foco voltado para questões socioeconômicas e foi extraída de uma situação apresentada em Barbosa (2006, p. 294) e interpretada por Bean (2009, p. 11). É "o caso da distribuição das sementes".

O problema refere-se à uma distribuição de sementes de milho e feijão para agricultores de subsistência. A tirinha ao lado foi montada pelo autor deste livreto a fim de ilustrar uma notícia de jornal que serve para iniciar as discussões:

NOTÍCIAS DO CAMPO

Governo distribui sementes

▶As sementes de feijão e milho doados pelo Governo começaram a ser distribuídas ontem à tarde. São 37,5 toneladas de sementes – 25 de feijão e 12,5 de milho. Aproximadamente 8000 agricultores de subsistência serão beneficiados. De acordo com o Prefeito, cada agricultor receberá 3 kg de feijão e 2 kg de milho.■

Figura 6: Notícia sobre a distribuição das sementes. Adaptada de Barbosa (2006 apud BEAN, 2009, p. 100)

---

[8] Recomendamos também o artigo de Bean disponível em https://sites.google.com/site/gepmmae/Bean_SIPEM_dale_2012.PDF (acesso em 15/08/13)

A atividade consiste em dividir os alunos em grupos e submeter ao grupo a notícia. Em cada grupo, o professor deve propor discussões como, por exemplo, se os estudantes concordam ou não com o modelo do governo além de quais aspectos devem ser considerados na hora de fazer a distribuição e como considerá-los (pressupostos). Por fim, os alunos devem propor modelos baseados nos aspectos levantados e nos pressupostos formulados que melhor atende o que consideram justo.

Depois de os modelos dos grupos estarem prontos, deve haver uma socialização entre toda a turma das ideias surgidas em cada grupo.

Algumas percepções e resultados alcançados

Durante a realização desta atividade com os estudantes que participaram a pesquisa de campo, notamos alguma dificuldade por parte dos alunos no que diz respeito ao conceito de proporcionalidade.

Diante da orientação de discutir o modelo do governo e responder as questões propostas, o professor começou a percorrer a sala auxiliando os alunos quando solicitado. Todos os grupos foram atendidos mais de uma vez pelo professor porém em um dos grupos houve algo que chamou a atenção. Esse grupo mostrou ao professor os modelos que tinham construído no entanto, esses modelos não condiziam com os aspectos que os alunos consideraram importantes como, por exemplo, "a quantidade de membros da família, a área em hectares disponível para o plantio, o nível socioeconômico de cada família". Os alunos diziam que famílias com mais membros ou aqueles agricultores que possuíam maior terreno ou ainda que famílias com condições sócio-econômicas inferiores, deviam receber mais sementes. Nestas afirmações já há uma matematização incipiente. No entanto, não conseguiam associar essas ideias com a escrita em linguagem matemática. Não conseguiram, por exemplo, criar uma expressão que associasse a quantidade de grãos que cada agricultor deveria receber com a quantidade de membros das famílias, com o tamanho das propriedades ou ainda com o nível sócio-econômico de cada interessado em participar do programa do governo. Ao discutir com os alunos esta dificuldade, percebeu-se que os estudantes do grupo não tinham ferramentas matemáticas suficientes ou não sabiam usar as ferramentas que possuíam para desenvolver/construir/elaborar um modelo que eles julgavam importante.

Esta atividade também foi relevante para detectar algumas dificuldades dos estudantes ao lidar com alguns conceitos matemáticos. Nesta ocasião, o professor convidou os alunos para estudarem proporcionalidade e outros tópicos de matemática.

Quinta Atividade – Questão da conta de água

A quinta atividade, a questão da conta de água do condomínio, foi inspirada numa situação vivenciada pelo autor deste produto.

A situação problema consiste em propor um modelo para a divisão da conta de água entre os condôminos num prédio de 12 apartamentos. Cada apartamento possui diversas especificidades como o tamanho dos apartamentos, quantidade de moradores adultos e crianças e alguns de seus costumes.

Reunidos em grupos de 4 ou 5 pessoas, os alunos serão convidados a discutir como o valor da conta de água deve ser divido entre as unidades habitacionais. Esta atividade tem por objetivo apresentar um problema próximo das experiências dos estudantes, uma vez que é uma situação comum de ser vivenciada.

No enunciado da questão, são apresentados diversos aspectos e como eles estão presentes em cada um dos doze apartamentos do prédio. Segue a primeira parte do enunciado e uma figura que ilustra a situação:

Carlos é síndico de um prédio de doze apartamentos divididos em 6 andares (2 apartamentos por andar). No apartamento 1, mora um casal e seus dois filhos pequenos. A situação se repete nos apartamentos 6, 11 e 12. No apartamento 2 moram oito pessoas entre pais, filhos e netos (4 adultos e 4 crianças). No apartamento 3 residem três amigos. No apartamento 4 mora uma família de cinco pessoas (3 adultos e duas crianças). No apartamento 5 mora uma única pessoa que passa apenas os fins de semana. No apartamento 7, mora um casal. No apartamento 8, dois irmãos que ficam ali apenas de segunda a sexta-feira, pois passam os fins de semana na casa dos pais. No apartamento 9, mora, sozinho, um padre e no apartamento 10, residem sete estudantes universitários.

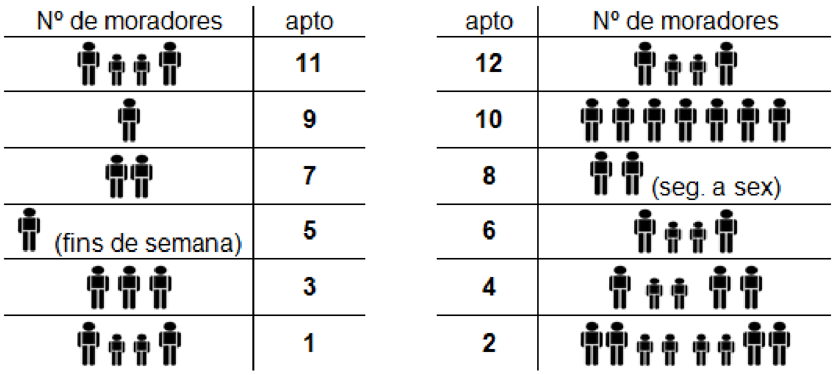

Figura 7: Ilustração de moradores por apartamento relativa ao texto da quinta atividade

Na última assembleia de condôminos, foi levantada, pelos moradores do apartamento 8, uma questão acerca da divisão da conta de água do condomínio. Perguntaram se era justo eles pagarem, pela água, o mesmo que o apartamento 2, onde moram 8 pessoas. E até mesmo, que o maior prejudicado era único morador do apartamento 5. Lembraram também que os apartamentos do primeiro andar (aptos 1 e 2) tinham quintal e isto

> aumentava o consumo. Sugeriram, então, que houvesse um medidor de consumo por apartamento, mas constatou-se que era inviável a obra.
>
> O síndico, então, se dispôs a criar uma regra para dividir a conta de água que fosse justa para todos.

Depois de conhecer as características do prédio, os estudantes devem propor um modelo para divisão da conta de água entre as 12 unidades habitacionais e justificar a resposta. Os estudantes podem extrapolar informações contidas no enunciado, mas tendo cuidado para considerar elementos que possam ser mensuráveis.

O enunciado da atividade continua com:

> A sua missão, agora, é ajudar o síndico: proponha um modelo de divisão da conta de água entre os 12 apartamentos, que você julgue justo, justificando cada ponto da solução apresentada. Você pode extrapolar as informações que constam no texto mas deve cuidar para lidar com dados que sejam possíveis de se tomar. Destaque, em relação ao modelo proposto: a) os aspectos considerados; b) os pressupostos formulados; c) a matematização dos pressupostos; d) justificativas para a inclusão dos aspectos, a maneira que eles estão qualificados (pressupostos) e o modo no qual estão matematizados e e) o modelo elaborado, justificando como os vários pressupostos foram incorporados no modelo.

Após a construção dos modelos, estes devem ser apresentados à turma e discutidos entre os colegas. A discussão com a turma visa o desenvolvimento da criticidade uma vez que os estudantes tem a oportunidade de avaliar os trabalhos dos colegas e defender o modelo que propos. Os modelos apresentados pelos estudantes devem atender ao objetivo além de serem aceitáveis pelos colegas.

Na seção a seguir, estão alguns exemplos de modelos propostos pelos alunos durante a realização da pesquisa de campo.

Alguns resultados obtidos durante a pesquisa de campo

Os alunos foram instruídos de que os modelos teriam de ser acompanhados por argumentos em consonância com os aspectos considerados e os pressupostos formulados. Os argumentos deveriam remeter aos pressupostos formulados, mas ainda assim, a construção do modelo, que incluía a matematização, deveria ser examinada quanto a sua coerência desde o levantamento de aspectos até a conceituação destes na modelagem. Isto pode ser notado, por exemplo, no trabalho apresentado pelo primeiro grupo que apresentou. O grupo começou seu relato com a seguinte afirmação:

ALUNO 1A: *A gente considerou o total de pessoas no prédio e os apartamentos com quintal a gente considerou como mais uma pessoa o quintal [...]*

Neste excerto, o aluno que fala pelo grupo, apresenta dois aspectos que foram considerados: moradores e quintal. Também já é formulado um primeiro pressuposto: o quintal é considerado, para efeito de cálculos, como sendo mais um morador. Consideramos esta, uma saída criativa para o problema. Como já está fundamentado na pesquisa, a criatividade se caracteriza pela capacidade que temos de produzir ideias e gerar reestruturações. Neste caso, os alunos geraram uma reestruturação da situação, ao conceituar o quintal como mais um morador a fim de facilitar o desenvolvimento do modelo.

Apesar de não estar claramente posto pelo grupo, podemos afirmar que outro pressuposto é que o consumo varia de acordo com a quantidade de moradores no apartamento. Isto pode ser notado na matematização (a seguir).

Após levantarem os pressupostos, os alunos partiram para a matematização dos pressupostos. O mesmo aluno continua:

ALUNO 1A: *[...] a gente colocou um valor, tipo assim, aleatório e dividiu pelo número de pessoas.*

O "valor aleatório" atribuído pelo grupo foi de R$1800,00 e, com base nesta informação calculou o valor que cada apartamento deveria pagar. Para isso, os alunos somaram a quantidade de moradores acrescentando dois (os quintais).

Apto.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Quintais	Total
Quant. de moradores	4	8	3	5	1	4	2	2	1	7	4	4	2	47

Fonte: Adaptado do trabalho dos alunos.

Tabela 1: Total de moradores mais os quintais

Após quantificar os moradores, os alunos dividiram a conta total por esta soma ($1800 \div 47 = 38{,}29$) e multiplicaram pela quantidade de moradores em cada unidade, considerando um morador a mais em cada apartamento do primeiro andar.

Apto.	Moradores	Valor da conta	Observações
1	5*	R$ 191,45	* 4 moradores mais o quintal
2	9*	R$ 344,61	* 8 moradores mais o quintal
3	3	R$ 114,87	
4	5	R$ 191,45	
5	1	R$ 38,29	
6	4	R$ 153,16	
7	2	R$ 76,58	
8	2	R$ 76,58	
9	1	R$ 38,29	
10	7	R$ 268,03	
11	4	R$ 153,16	
12	4	R$ 153,16	
		R$ 1.800,00	

Fonte: Adaptado do trabalho dos alunos.

Tabela 2: Valor devido por cada apartamento

O modelo apresentado atendeu à expectativa dos membros do grupo e quando socializado entre os colegas foi considerado factível e aceitável.

Como este grupo terminou o trabalho num tempo relativamente curto, o professor lembrou-os sobre a característica de reaplicabilidade[9] de um modelo e, então, sugeriu aos membros deste grupo que criassem um modelo que pudesse ser aplicado a qualquer valor de conta e a qualquer quantidade de moradores no prédio.

Considerando os mesmos aspectos levantados anteriormente e os pressupostos já formulados, partiram para uma matematização bastante elaborada. Com sugestão do professor, substituiram o número de moradores do apartamento 1 por M_{A1}, o número de moradores do apartamento 2 por M_{A2}, e assim até o 12º apartamento. Também foi sugerido que o valor da conta (que atribuíram R$1800) fosse substituído por V_c. Assim, chamaram de M o total de moradores fazendo

$$M = \mathrm{M}_{A1} + \mathrm{M}_{A2} + \mathrm{M}_{A3} + \cdots + \mathrm{M}_{A12}$$

Em seguida, calcularam o que chamaram de V_{cp} (valor por cabeça[10]) fazendo

$$V_{cp} = \frac{V_c}{M}$$

Por fim, o total por apartamento (T_{apto}) foi encontrado fazendo $T_{apto} = V_{cp} \cdot M_{apto}$ sendo M_{apto} a quantidade de moradores de cada apartamento.

O sexto grupo a apresentar, assim como no grupo que discorremos anterior a este, também considerou o aspecto quantidade de moradores, no entanto, outro aspecto também foi levantado: o tempo de permanência no apartamento por semana. Isto pode ser visto no excerto a seguir:

[9] A reaplicabilidade é uma característica do modelo que o difere de uma solução de um problema ou situação que em princípio não tenha sido concebida como sendo aplicável para outras situações. A reaplicabilidade consiste em o modelo ser reutilizado em situação semelhante, porém com valores diferentes.

[10] O nome "Valor por cabeça" foi atribuído por um aluno do grupo.

ALUNO 6A: *A gente considerou cada pessoa como uma pessoa mesmo, criança ou adulto, homem ou mulher, não consideramos também que os apartamentos 1 e 2 têm a área... tudo isso... consideramos o seguinte: que o total da conta seria ... o total da conta deveria ser dividido pelo número de habitantes de todos os apartamentos por permanência no mês.*

O aluno começa sua fala se referindo aos aspectos que outros grupos (que apresentaram antes) levantaram e terminam apresentando os seus próprios aspectos já formulando os pressupostos e matematizando.

Notamos, observando o modelo, que os alunos deste sexto grupo, formularam, por pressuposto, que o consumo de água é proporcional à quantidade de moradores e ao tempo de permanência dos mesmos no apartamento.

No início da matematização, montaram a tabela a seguir onde consideraram, para efeito de facilitação do entendimento por parte dos membros do grupo, do professor e dos demais colegas, que cada pessoa consome por dia 20 litros de água[11]. Assim, na última linha, está o consumo em litros de água por apartamento durante uma semana.

[11] Este valor poderia ser qualquer número e os 20 litros serviram apenas para que o grupo pudesse explicar o seu modelo.

Apto.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade de moradores	4	8	3	5	1	4	2	2	1	7	4	4
Permanência dos moradores (em dias por semana)	7	7	7	7	2	7	7	5	7	7	7	7
Consumo semanal	560	1120	420	700	40	560	280	200	140	980	560	560

Fonte: Adaptado do trabalho dos alunos.

Tabela 3: Consumo semanal por apartamento

Continuando o processo de matematização, os estudantes somaram os consumos semanais de cada apartamento e obtiveram o total de água consumida no condomínio, por semana (6120 litros) e por mês (24.480 litros). Assim, o grupo determinou o valor da conta a ser paga por cada apartamento, multiplicando o preço do litro[12] de água pelo consumo de cada apartamento.

Após a apresentação por parte dos membros do grupo, um aluno de outro grupo questiona o aspecto “tempo de permanência” que considerou ser difícil mensurar. O ALUNO 6B argumentou dizendo que se basearam em informações do enunciado da atividade e se estava na folha, era possível de medir.

Vale ressaltar uma questão: o que fariam se a conta mensal trouxesse um consumo diferente de 24.480 litros. Ou seja, este modelo, tal como foi apresentado pelos alunos, não apresentou reaplicabilidade. No entanto, é possível notar um modelo implícito na solução do grupo.

[12] Os alunos sugeriram que o preço devia ser consultado junto à empresa de distribuição de água, mas não fizeram isto.

O quinto grupo a apresentar, formado exclusivamente por alunas, levantou um aspecto bastante original: o gênero dos moradores, como pode ser visto no excerto a seguir.

ALUNA 5A: *Nós levamos em consideração homem e mulher.*

Formularam, por pressuposto, que as mulheres consomem uma quantidade de água diferente dos homens e iniciaram a matematização afirmando que:

ALUNA 5A: *A mulher no caso gastaria o dobro do homem pra no caso o consumo de água né?*

Em sua matematização inicial, então, afirmaram que uma mulher consome o dobro da quantidade de água que um homem e argumentaram acerca disto:

ALUNA 5A: *Consideramos isso porque, fim de semana toda mulher tem que caprichar né? Fazer uma escova... arrumar a casa toda né? Ninguém que ficar "esgandaiada" igual fica durante a semana.*

Em seguida, partiram para uma matematização mais elaborada que permitia, inclusive, a reaplicabilidade do modelo. Esta matematização foi feita com a ajuda do professor mas, pela forma com que os alunos expuseram aos colegas durante a socialização, é possível notar que assimilaram as ideias.

ALUNA 5A: *A gente colocou a conta mensal, soma dos "pesos do apartamento".*

Prof.: *O que é "peso do apartamento"?*

ALUNA 5A: *Nós chamamos de peso... o que foi chamado de peso aí é a quantidade de homens mais duas vezes a quantidade de mulheres e aí a gente tinha o que chamamos de "peso do apartamento".*

Em outras palavras, foi criada uma variável auxiliar chamada de "peso do apartamento" que era calculada multiplicando-se por dois a quantidade de mulheres, multiplicando-se por um a quantidade de homens e somando-se os dois produtos. Dois e um se referem ao fato de cada mulher consumir o dobro da quantidade de água que cada homem. Assim, o peso do apartamento (P_A) é um parâmetro dado por:

$$P_A = 2 \cdot m + 1 \cdot h$$

Sendo *m* a quantidade de mulheres e *h* a quantidade de homens no apartamento.

A fim de facilitar o entendimento por parte dos demais colegas, o professor deu um exemplo:

Prof.: *Um apartamento com 3 mulheres e um homem tinha peso 7. Já um apartamento com 3 homens e um mulher, tinha peso 5.*

A partir da relação $P_A = 2m + h$ que utiliza a matematização do pressuposto para obter P_A, encontraram o "peso" total do prédio (P_P) somando os pesos de todos os apartamentos.

O passo seguinte foi dividir a conta de água do condomínio (M) pelo "peso" total do prédio e multiplicar este valor pelo "peso do apartamento" para encontrar o valor (V_A) que cada apartamento deve pagar:

$$V_A = P_A \cdot \frac{M}{P_P}$$

Este modelo, em termos de peso do apartamento e peso do prédio a partir do pressuposto que mulheres e homens consomem quantidades de água diferentes: mulheres consomem mais água que os homens, neste caso, o dobro, permite reaplicabilidade em situações parecidas. Por exemplo, o modelo pode ser utilizado com outros valores para a quantidade de apartamentos, de moradores de ambos os sexos por apartamento e também para valores mensais da conta de água do prédio, diferentes. Além disso, os alunos poderiam ter feito uma modelagem para situações nas quais os pesos dos apartamentos fossem calculados levando-se em consideração proporções de consumo diferentes de dois para um entre mulheres e homens.

Outro trabalho considerado original foi o de um grupo que propôs uma entrevista com os moradores:

ALUNO 8A: *O nosso grupo... a gente pensou no seguinte: A gente fez um questionário a respeito do consumo de água em cada apartamento aí fez uma média ... um cálculo... uma média de litros por apartamento e estipulou um valor para cada litro de água e fez as contas.*

Estes alunos não apresentaram nada além disso no entanto, na folha que entregaram há um modelo:

$$V_t = C \times 0,35$$

Segundo os alunos, V_t é o “valor total a ser paga por apartamento”, C é “consumo por apartamento” apurado a partir da entrevista e 0,35 é um custo (como exemplo) do litro de água.

Atividade Final

A atividade final consiste na criação de algo voltado para o curso onde a atividade foi desenvolvida. Se num curso de geografia (como o caso da pesquisa que originou este livreto) a sugestão é a criação de um mapa. Se num curso de administração ou economia, algum modelo de gestão de empresa ou sistema financeiro.

Aqui vamos utilizar como exemplo, a criação de um mapa do campus onde os alunos estudam.

A proposta é a construção de um mapa do campus do IFMG-OP, de acordo com algum objetivo predeterminado. Os alunos devem levantar aspectos a serem considerados e formular pressupostos acerca de como esses aspectos serão representados no mapa.

De acordo com Vigotski, (2010) “a atividade criadora da imaginação depende diretamente da riqueza e da diversidade da experiência anterior da pessoa, porque essa experiência constitui o material com que se criam as construções da fantasia”, assim, é relevante que os estudantes conheçam diversos tipos de mapas. Para isto, o professor selecionou, com antecedência, diversos mapas para apresentar aos alunos na hora da proposição da atividade. Também pode pedir aos estudantes que tragam mapas diversos.

Exemplos de mapas apresentados aos estudantes

Seguem 4 exemplos de mapas apresentados aos alunos durante a proposição da atividade final. Os dois primeiros mapas foram oferecidos por alunos e os dois últimos, pelo professor.

Figura 8: Hidrovias do Brasil

Este primeiro mapa (figura 8) é um mapa tradicional que estamos habituados a encontrar nos atlas e livros de geografia e representa as principais hidrovias do Brasil.

Figura 9: Parque do Vale dos Contos – Ouro Preto/MG

Figura 9, trazida por uma aluna, é o mapa do Parque do Vale dos Contos[13], um horto florestal situado no centro da cidade de Ouro Preto.

Figura 10: Metrô da São Paulo

A Figura 10 mostra o mapa do metrô de São Paulo e foi apresentada pelo professor com o objetivo de apresentar alternativas aos alunos acerca dos tipos de mapas. Neste mapa, elementos como escala ou relevo não são representados, ainda assim

[13] http://www.valedoscontos.com.br

é possível compreendê-lo. O objetivo do mapeador é mostrar a localização das estações em relação às linhas e a ordem com que são alcançadas pelos trens.

Figura 11: Muros de um bairro

Este mapa (Figura 11) é ainda menos comum. Nele estão representados os muros de um bairro. A legenda indica os vários tipos de muro indicamos na figura.

Os quatro mapas mostrados são parte de um grupo de muitos outros e o objetivo em mostrá-los aos alunos é de despertar a criatividade. Depois de apresentados os diversos tipos de mapas, os alunos, divididos em grupos de 4 a 6 componentes discutiram o que representar e como representar. Esta discussão deve começar em sala de aula, mas não deve se esgotar em um encontro como nas atividades anteriores. Ao contrário, deve ser dado um prazo (de cerca de um mês ou mais) para que os estudantes possam discutir e criar.

Durante o processo de elaboração do mapa, o professor pode promover discussões programadas entre os alunos acerca do andamento da atividade. Nestas discussões, os alunos apresentam o que já fizeram até o momento e os próximos passos. Estas discussões programadas podem ser úteis para que os estudantes não deixem o trabalho para a última hora e também para possibilitar a contribuição de alunos de grupos distintos. Também pode ser pedido, pelo professor, um trabalho escrito que fundamente o mapa apresentado pelos estudantes.

No caso da atividade realizada na pesquisa que originou este livreto, notamos que os alunos apontaram problemas no campus (problemas que geram dificuldades de locomoção, falta de lixeiras ou distribuição inadequada, falta de sinalização de prédios e portarias). Diante disso, pedimos que fizessem uma carta a ser entregue ao diretor-geral do *campus*. Pensamos nisso pois uma vez apresentados os problemas aos dirigentes competentes, o trabalho desenvolvido pelos estudantes deixou de ser uma atividade fechada na sala de aula para se tornar a possibilidade da solução de algum problema da comunidade.

Atividades como esta podem ser utilizadas para discutir situações do local onde os alunos estudam ou residem destacando problemas e apontando soluções e são uma bela oportunidade de desenvolver os sensos crítico e criativo por parte dos estudantes.

Na sequencia, está descrita a apresentação do trabalho de um grupo. Esta descrição segue com o resultado da análise da atividade.

Um trabalho apresentado por alunos

Um dos grupos[14] apresentou um trabalho que contemplou a distribuição das lixeiras do campus. O objetivo do grupo era discutir a destinação do lixo produzido no *campus*. Durante a pesquisa, o grupo observou a disposição das lixeiras no *campus*, se estavam bem distribuídas e se havia em número suficiente e a condição das lixeiras.

No início da apresentação, os alunos procuraram fundamentar os conceitos de lixo e não lixo. Além de busca por novos conhecimentos, a atividade proporcionou aos alunos a oportunidade de desenvolver argumentação.

> ALUNO 4A: *E o nosso trabalho vai retratar a questão das lixeiras fixas do campus ai primeiro vai conceituar, tratar o que é lixo. Lixo é qualquer resíduo inconveniente das atividades humanas. Muitos materiais jogados nas lixeiras muitos deles poderiam ser reciclados, isso não é lixo.*

No excerto a seguir, é possível notar que os estudantes pesquisaram acerca de conhecimentos que não constam da ementa da disciplina e que conversaram com uma colega que não era do grupo a fim de aproveitar seus conhecimentos e fornecerem informações mais detalhadas para a pesquisa e para a turma. A colega que não é membro do grupo está identificada como ALUNO 5.

[14] Este foi o trabalho apresentado pelo grupo 4, devido a isto, os alunos são identificados por ALUNO 4 seguido de uma letra. O aluno 5 e um aluno de outro grupo (Grupo que apresentou imediatamente após o gruo 4)

ALUNO 4A: *A quantidade de resíduo produzido diariamente em Ouro Preto seria de 50 toneladas por dia, de acordo com que ALUNO 5 me passou e esse lixo ele é levado para um aterro controlado que seria Manzagão. Eu não saberia o que é, mas é Manzagão.*

ALUNO 5: *Manzagão é o nome do aterro.*

ALUNO 4A: *De acordo com a pesquisa do IBGE 73% deles tem o destino certo, mas o outro 27% são jogados em terrenos baldios, matos, locais inadequados. As consequências agente já falou que são doenças .*

Após esta discussão inicial acerca do conceito de lixo e da destinação do lixo na cidade de Ouro Preto, os estudantes passaram a apresentar o mapa dos locais de lixeiras que construíram. O mapa foi construído a partir de uma planta do campus fornecida pelo setor de projetos.

Figura 12: Mapa apresentado pelo grupo 4 à turma e apontando onde estão as lixeiras[15].

ALUNO 4B: *Isso ai e o destaque das lixeiras mesmo no campus, essas lixeiras transparentes seriam essas próprias lixeiras que tem aqui na frente ela não tem coleta* [seletiva]*, ela é tipo única. Jogam o que quiser, lixo orgânico, molhado ou seco como muita gente diz, as lixeiras coloridas (vermelhas, azul, amarela e verde) elas já utilizam a coleta seletiva.*

Como levantado na dissertação (seção 2 do capítulo 1), mapas permitem uma visão a partir de suas representações. No caso do mapa da figura 12, é possível identificar

[15] Existem no *campus*, lixeiras novas, de diversas cores, destinadas à coleta seletiva (azul, verde, amarela e vermelha) e lixeiras mais antigas, na cor laranja. No mapa, os estudantes seguiram as cores das lixeiras presentes em cada ponto do *campus*.

os diversos prédios do campus e a localização das lixeiras. Isso permite um reconhecimento do espaço onde o aluno se encontra.

Em seguida, o mesmo ALUNO 4B destaca os objetivos do trabalho que o grupo desenvolveu:

ALUNO 4B: *O que agente quer destacar o motivo principal desse mapa é colocar os principais pontos de lixeira fixas no IF, os locais que têm e aqueles que não têm que agente quer retratar também alguns locais que faltam lixeiras ou que têm lixeiras degradadas.*

É possível notar um posicionamento dos estudantes frente a uma situação, frente a ordem constituída no que diz respeito à distribuição de lixeiras no *campus*. Os estudantes se propõe a apontar falhas e soluções. Isso se refere ao que Moraes (2007, p.119) aponta por criticidade. Em outro momento da apresentação, essa situação reaparece. No excerto a seguir, está uma sequencia de falas dos membros do grupo 4 acerca da coleta seletiva dentro do IFMG e também no restante da cidade de Ouro Preto. No início do trecho, o ALUNO 4B se refere às lixeiras destinadas à coleta seletiva, porém não identificadas.

ALUNO 4B: *E aqui no IF como tem as lixeiras pra coleta seletiva, a gente não tem obrigação eu acho de saber qual o lixo que é destinado pra qual lixeira, então nossa proposta também seria colocar é ter uma educação, uma política de incentivo para que os frequentadores do IF: alunos, professores ou visitantes sejam lá quem for, uma mobilização pra trocar as lixeiras ou colocar os nomes que significam cada umas delas.*

ALUNO 4C: *Por que muitas delas também são quebradas.*

ALUNO 4B: *Tem essas lixeiras daqui só que a coleta seletiva daqui do IF não e feita nem daqui nem de Ouro Preto. Tem alguns projetos de reciclagem que até tem nesses folders que eu passei pra alguns de vocês que ALUNO 5 deu pra gente também tem falando da coleta seletiva só que aqui não faz essa coleta, todo mundo joga o lixo em qualquer lugar por acaso alguém aqui escolhe onde vai jogar o lixo? Seco ou molhado? Eu acho que não.*

Mais adiante, os estudantes começam a mostrar fotos do campus apontando lugares que tem e que não tem lixeiras. As fotos a seguir é um mosaico feito a partir de fotos apresentadas pelos alunos:

Figura 13: Mosaico de fotos apresentadas pelo grupo 4 a respeito da ausência de lixeiras em alguns prédios.

As duas imagens superiores da figura 13 mostram o Prédio da Administração e a lateral do Pavilhão de Segurança do Trabalho. Em relação a estes dois prédios, os alunos destacam que não possuem lixeiras. Os alunos apontam a ausência de lixeira neste prédio, porém com a existência de lixeiras no prédio que fica imediatamente a frente destes. Implicitamente os alunos estão modelando a respeito do que eles concebem em relação à distribuição de lixeiras no *campus*. É possível notar a formulação de um pressuposto que não precisa haver lixeiras em todos os prédios. As lixeiras são dispensáveis em alguns prédios desde que elas existam em algum prédio próximo. Ao especular a respeito de um eventual elaboração de um modelo com esse pressuposto, seria até possível matematizar em termos de distância mínima entre duas lixeiras.

Na imagem inferior à esquerda da figura 13, os alunos mostram o Prédio da Piscina. Colocam em relevo que ali não há lixeiras, mas em seguida formulam novo pressuposto e completam com uma postura frente a uma situação:

ALUNO 4B: *Mas tudo bem não ter porque não tem muita circulação de pessoas só que poderia ter um pouco mais de cuidado sei lá.*

O pressuposto é que devem haver lixeiras onde há circulação de pessoas. Por fim, na figura 13 inferior direita, os alunos mostram o Pavilhão de Desenho e destacam uma haste onde havia uma lixeira, porém a lixeira não se encontra ali. Mais uma vez, numa sequencia de falas, dois alunos do grupo se posicionam frente à situação:

ALUNO 4A: *Aqui dá até pra ver a haste da lixeira que tinha, mas não tem a lixeira.*

ALUNO 4C: *Eu posso estar errada em algumas coisas que eu falar aqui, mas eu acho assim, que deveria ter mais cuidado.*

Quando o aluno fala em “cuidado”, ele se refere à necessidade de conservação e manutenções preventivas e corretivas, a fim de não deixar que a situação de ausência de lixeira por ter sido quebrada, se repita.

Ao final da apresentação, os alunos do grupo voltam a destacar seus objetivos, e apontam a possíveis soluções para os problemas levantados.

ALUNO 4D: *E então seriam esses os nossos objetivos: trocar as lixeiras, identificar as que não tem* [nomes] *só com cores. Eu acho que só com cores não adianta. A gente tem que ter uma boa leitura pra saber onde vai ser jogado e tem que ter uma política de incentivo porque ninguém começa a fazer alguma coisa “do nada”. É, eu acho que é isso, pode ser um pouco de lixeiras, essas coisas de conscientização, mas é importante sim. É o que mais importa porque de uma hora pra outra não tem como resolver...*

Isso diz respeito ao que Crampton (2008, p. 86) aponta por criticidade quando afirma que não se trata de uma busca por falhas, mas sim, uma busca por soluções sugerindo alternativas. Ainda segundo o mesmo autor, esses pressupostos e essas noções familiares dão forma ao conhecimento e permitem que ele aconteça.

Os estudantes completam a sua apresentação, procurando despertar uma conscientização por parte dos seus colegas:

ALUNO 4C: *Assim, vai partir de cada um...*

ALUNO 4D: *Vai. E os futuros alunos já podem ter outra visão da questão do destino do lixo por causa das lixeiras da escola.*

ALUNO 4B: *E para que nós, acadêmicos do curso de Geografia, possamos sair daqui com a mentalidade de que nós vamos usar daqui pra frente mais as nossas lixeiras colaborando assim com o meio ambiente. Nós estamos querendo aqui, o nosso grupo inclusive e esperamos contar com vocês. Que nós todos saiamos daqui com este compromisso de acabar com essa questão de praxe de jogar em qualquer lugar. O certo é jogar dentro da lixeira.*

Também comentam da carta encaminhada ao diretor-geral do *campus*, em que o grupo propôs a identificação das lixeiras e a implantação de coleta seletiva dentro do *campus*. Nas palavras do grupo constantes da carta apresentada ao diretor-geral,

> *O nosso campus possui algumas lixeiras que não oferecem possibilidade de separação correta dos rejeitos, e outras, onde a cor representa o material que deverá ser depositado, mas não apresenta identificação escrita no respectivo recipiente. Visando uma melhora significativa no sistema de coleta do campus Ouro Preto, sugerimos a substituição das lixeiras que se encontram danificadas, pelas que contêm coleta seletiva, com a indicação apresentada em cada uma delas.*

Finalizada a apresentação dos slides, os alunos disseram que a origem da ideia do tema do trabalho foi a Rio+20[16] e que queriam desenvolver o trabalho sob um tema em relação ao meio ambiente, ao espaço onde convivem e acreditaram ter conseguido isto.

[16] A Rio +20 é uma Conferência das Nações Unidas sobre Desenvolvimento Sustentável organizada conforme a Resolução 64/236 da Assembleia Geral que aconteceu no Brasil entre os dias 20 a 22 de junho de 2012. A Rio+20 marcou o 20º aniversário da Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento (UNCED), realizada no Rio de Janeiro em 1992, e o 10º aniversário da Cúpula Mundial sobre Desenvolvimento Sustentável (WSSD), promovida em Joanesburgo em 2002. (Fonte: http://www.onu.org.br/rio20/ acesso em 05/08/13)

A partir daí, houve intensa discussão na sala de aula acerca da destinação do lixo do *campus* e da cidade de Ouro Preto. Ainda criticaram a posição da administração da escola no sentido de não incentivar a coleta seletiva juntando todo o lixo recolhido no *campus* em um único latão que fica na parte externa onde o caminhão da prefeitura faz a coleta.

Ao final, a colega de turma que é funcionária da Secretaria de Meio Ambiente de Ouro Preto destaca que existe coleta seletiva de papel em Ouro Preto e que diversas instituições como o IFMG-OP[17], a UFOP[18] e empresas da cidade contribuem para tal. O material reciclado recolhido é destinado a uma associação de catadores que separam e dão destinação adequada ao material[19].

[17] Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* Ouro Preto
[18] Universidade Federal de Ouro Preto.
[19] A aluna não especificou qual a destinação do material.

Considerações

Ao planejar e desenvolver a série de atividades de modelagem constante da pesquisa que deu origem a este livreto, tínhamos entre os nossos objetivos, proporcionar aos estudantes um ambiente onde discussões deveriam ocorrer de forma ampla e livre acerca dos assuntos levantados pelos próprios estudantes e pelo professor, pois cremos que assim contribuímos para formar cidadãos críticos e criativos.

As cinco atividades preliminares buscam dar ao estudante confiança para expor o que pensa e aceitar eventuais críticas que surgir. Ao responder às críticas, que muitas vezes chegam sob a forma de questionamento acerca dos modelos propostos, os estudantes têm que organizar o raciocínio de forma a convencer o colega ou professor acerca da ideia proposta. Isto é uma estimulação à criatividade.

Nas atividades programadas de discussão do andamento da elaboração do produto final, quando os alunos submete à crítica dos demais colegas, a parte do trabalho que já desenvolveram, há a oportunidade para que todos conheçam o trabalho dos demais "de forma oficial", ou seja, em um momento dedicado a isto. Neste momento, os colegas têm a oportunidade de contribuir uns com os outros enriquecendo ainda mais seu trabalho. Isto é uma estimulação à criticidade.

Por fim, a pesquisa que originou este produto educacional foi guiada pela seguinte questão de investigação:

> **Como a realização de atividades, envolvendo modelagem, que abordam as premissas e os pressupostos na construção de modelos, com encaminhamento subsidiado em uma abordagem crítica e criativa pode contribuir à estimulação da criticidade e da criatividade nos estudantes?**

A partir dos resultados da pesquisa obtidos das análises dos dados sob a luz dos aportes teóricos utilizados, concluímos que isto acontece quando proporcionamos ambientes de livre expressão e aceitação à crítica. Assim auxiliamos no desenvolvimento de cidadãos críticos e criativos.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma estratégia. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BEAN, Dale. Modelagem se encontra por trás das contas. In: V ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, Toledo – PR. Anais... Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Toledo, 2012. 21p.

______________. As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos. In: V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 5, Petrópolis – RJ. Anais.. Petrópolis, 2012. 22 p.

_____________. Modelagem: Uma Conceituação Criativa de Situações. IV Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto – MG. Anais... Universidade Federal de Ouro Preto - Ouro Preto, 2009. 16 p.

_____________. Modelagem na perspectiva do pensamento. In: III CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, Piracicaba – SP. Anais... Universidade Metodista de Piracicaba – Piracicaba, 2003. 11 p.

BLUM, Werner; NISS, Mogens. Applied mathematical problem solving, Modelling, applications, and links to other Subjects - state, trends and issues in Mathematics instruction. In: Educational studies in mathematics, Editor: Dorfler etc., Volume 22, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p. 37-68. 1991.

CRAMPTON, Jeremy W. e KRYGIER, John, in: Cartografias Sociais e Territórios, 2008

LACOSTE, Yves. A geografia – Isso serve, em primeiro lugar, para fazer a guerra. Campinas, SP: Papirus, 1988. 263 p.

MORAES, Antônio Carlos Robert. Geografia: Pequena história crítica. 21ª Edição. São Paulo: Annablume, 2007. 152 p.

MELILLO, Célio Roberto. MODELAGEM MATEMÁTICA NO FUTEBOL: UMA ATIVIDADE DE CRÍTICA E CRIAÇÃO ENCAMINHADA PELO MÉTODO DO CASO. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Ouro Preto, Programa de mestrado profissional em Educação Matemática, Ouro Preto, 2011. 220p.

MELILLO, Célio; BEAN, Dale. Modelagem matemática na atribuição de probabilidades em jogos do campeonato brasileiro de futebol. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara Loiola; BISOGNIN, Eleni (Orgs.). Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Editora da UEL, 2011.

OSTROWER, Fayga. Criatividade e processos de criação, 25 ed. Petrópolis, Vozes, 2010.

SANTI, Carla Bilheiro. PROCESSO DE USO E OCUPAÇÃO DO SOLO E MODELAGEM DE PREVISÃO DE ZONAS ATURADAS NO RELEVO: SUBSÍDIO PARA O ESTUDO DE ENCHENTES (MACIÇO MADUREIRA/NOVA IGUAÇU/RJ) Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós Graduação em Geografia, Rio de Janeiro, 2004. 96 p.

SEABRA, Joana Miguel. Criatividade. Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, 2008

TAHAN, Malba. O Homem que Calculava. Rio de Janeiro, 55ª Ed. Record, 2001.

VIGOTSKY, L. S. Imaginação e Criação na Infância: ensaio psicológico, apresentação e comentários. Ana Luiza Smolka. São Paulo: Ática, 2010.

Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora | CIED
Da Universidade Federal de Ouro Preto,
em mês de ano
sobre papel 100% reciclado (miolo) 90g/m^2 e (capa) 300 g/m^2