



## INVESTIGANDO O CUBO MÁGICO NO DESENVOLVIMENTO DE CONTEÚDOS DA GEOMETRIA EUCLIDIANA POR MEIO DA PERSPECTIVA SOCIOCÍTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Paulo Victor Clark Lopes<sup>1</sup>  
Milton Rosa<sup>2</sup>

### RESUMO

O principal objetivo do estudo descrito neste artigo é verificar como a utilização lúdica do Cubo Mágico como um recurso mediador pode auxiliar no desenvolvimento de conteúdos da Geometria Euclidiana referentes aos conteúdos relacionados com a Geometria Plana e Espacial, que envolvem os conceitos intuitivos, a área, o perímetro de figuras planas e o volume de sólidos geométricos para alunos matriculados em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental por meio da perspectiva sociocrítica da modelagem matemática. Essa temática é relevante, pois poderá contribuir para o desenvolvimento de um processo metodológico diferenciado por meio da utilização de materiais manipuláveis para o desenvolvimento de conteúdos geométricos. Então, os resultados obtidos na condução desse estudo poderão auxiliar os alunos no entendimento dos conteúdos geométricos e a sua conexão com as vivências diárias por meio da utilização do cubo mágico nessa ação pedagógica na perspectiva sociocrítica da modelagem matemática.

**Palavras-chave: Cubo Mágico. Geometria Plana e Espacial. Ludicidade. Modelagem Matemática. Perspectiva Sociocrítica.**

### INTRODUÇÃO

De um modo pouco sistematizado, a Geometria sempre esteve presente nas atividades e tarefas cotidianas realizadas pela humanidade. Assim, Costa (2013) comenta que “por meio dos desenhos encontrados nas cavernas e nos artefatos culturais pode-se tomar conhecimento e estudar os costumes bem como verificar o desenvolvimento técnico e intelectual de grupos socioculturais que viverem em uma determinada época da história” (p. 36).

Nesse contexto, a Geometria é um campo de estudo relevante para o desenvolvimento da humanidade. Por exemplo, no decorrer da história, a evolução da Geometria contribuiu para o desenvolvimento da sociedade por meio de seus conhecimentos tecnológicos e científicos, que coincidem com as necessidades do dia a dia das pessoas, para a divisão de

---

<sup>1</sup>Mestrando do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).  
E-mail: pvlopes13@gmail.com.

<sup>2</sup>Doutor em Educação. Professor do PPGEDMAT



terras, para as construções, para a observação do movimento dos astros e outras atividades que sempre dependeram do seu desenvolvimento.

Dessa maneira, Eves (1997) afirma que as primeiras considerações realizadas a respeito da Geometria são antigas, tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras e comparar formas e tamanhos presentes na rotina diária. Assim, um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos foi a noção de distância. No entanto, o processo de ensino e aprendizagem em Geometria nas escolas, principalmente, no Ensino Fundamental, tem sido relegado a segundo plano e, muitas vezes, os seus conteúdos nem sempre são ensinados para os alunos (FAINGUELERNT, 1999).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), de Matemática, é necessário ressaltar a importância de que os estudos relacionados com o espaço e a forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, como, por exemplo, as obras de arte, de pinturas, de desenhos e de esculturas, visando desenvolver a habilidade de percepção e a visualização dos conceitos geométricos para possibilitar que os alunos possam estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento humano.

## **MODELAGEM MATEMÁTICA**

O desenvolvimento da sociedade trouxe a necessidade de desenvolver um olhar diferenciado para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática nas escolas. A velocidade com que as informações são difundidas, o crescimento da tecnologia e a necessidade de profissionais que estejam aptos a trabalharem com essas modificações clamam por uma educação que possibilite a formação dos alunos para que possam atuar de uma maneira ativa na sociedade (ROSA, 2010).

Desse modo, é importante que as mudanças que acontecem no ambiente escolar tenham como objetivo o atendimento às demandas de uma sociedade que está em rápida e constante evolução (ROSA, 2010). E para que essa evolução possa ocorrer no campo da Educação Matemática, a Modelagem Matemática é uma tendência apropriada para ser utilizada como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos (ROSA; OREY, 2012).

Para Rosa e Orey (2012), na Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, os professores e os alunos assumem determinadas responsabilidades e



obrigações pelo desenvolvimento do conhecimento matemático e pela conversão entre os conhecimentos matemáticos *tácito* e *explícito*, a partir de situações oriundas, preferencialmente, de suas realidades.

### ***Modelagem Matemática Sociocrítica***

O termo *Sociocrítica* foi sugerido por Barbosa (2003) para denominar a perspectiva da Modelagem Matemática que tem por objetivo oportunizar para os alunos uma discussão sobre o papel e a natureza dos modelos matemáticos na sociedade ao investigarem situações-problema atreladas à realidade.

Consequentemente, para Barbosa (2003), na perspectiva sociocrítica, Modelagem é um ambiente de aprendizagem que possibilita a problematização de situações encontradas no cotidiano por meio da busca, seleção, organização, manipulação de informações e reflexões críticas sobre a própria realidade.

### **MATERIAIS MANIPULATIVOS E LUDICIDADE**

Os materiais manipulativos e concretos são recursos didáticos que podem ser utilizados pelos professores nas salas de aula no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), um dos princípios norteadores do processo de ensino e aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental é a utilização dos recursos didáticos numa perspectiva problematizadora.

De acordo com Cavalcanti (2006), o material concreto pode ser considerado como um ente qualquer que possa ser manipulado, podendo ser de ordem natural ou artificial enquanto o material concreto natural é aquele que existe espontaneamente, sendo gerado pela ação da natureza, como, por exemplo, uma pedra, uma flor ou uma fruta.

Em sua utilização didática e pedagógica, Rosa (2010) afirma que os materiais manipulativos podem ser admitidos como mediadores da aprendizagem de diversos temas de Geometria, como, por exemplo, para o reconhecimento de conceitos, como um instrumental para a tomada de decisão, bem como para a compreensão de elementos da geometria plana e para a construção e manipulação de sólidos geométricos.

### **ASPECTOS METODOLÓGICOS**



Essa pesquisa tem uma abordagem qualitativa que visa contribuir para um melhor entendimento de sua problemática. Dessa maneira, os procedimentos metodológicos estão relacionados com a obtenção dos dados coletados mediante o contato interativo do professor-pesquisador com os seus participantes. Nessa abordagem, Patton (2002) afirma que os pesquisadores podem se aprofundar no entendimento dos fenômenos estudados em suas investigações.

Nessa pesquisa, o professor-pesquisador utilizou a Perspectiva Sociocrítica da Modelagem Matemática como uma ação pedagógica para uma compreensão ampla dos conteúdos matemáticos e geométricos, com uma turma de 5 alunos matriculados no 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular localizada na Região Imediata de João Monlevade, em Minas Gerais.

O principal objetivo desse estudo foi propor o desenvolvimento de conteúdos relacionados com a Geometria plana e espacial de uma maneira diferenciada, procurando formular modelos que possam propiciar uma aprendizagem com significado, contextualizada e transformadora, com base na utilização da ludicidade do Cubo Mágico, contrapondo-se ao modelo pedagógico tradicional de ensino que é, geralmente, utilizado nas escolas.

É importante ressaltar que o foco dessa pesquisa foi modificado para ser conduzido com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com idade entre 10 e 13 anos, haja vista que em virtude das aulas remotas realizadas em 2020, esses estudantes tiveram o seu aprendizado em conteúdos geométricos comprometido e dificultado de acordo com o próprio relato de seus pais e/ou responsáveis.

Após a realização de uma reunião via *WhatsApp* com os pais e responsáveis, dentre os 10 possíveis alunos convidados para participantes dessa pesquisa, 5 (cinco) deles foram selecionados, pois atenderam os critérios pré-estabelecidos (possuir internet, celular e câmera), bem como demonstraram interesse na aprendizagem de conteúdos geométricos por meio de sua participação nessa investigação, cujas atividades foram realizadas na modalidade remota emergencial via *GoogleMeet*.

## **TEORIA FUNDAMENTADA NOS DADOS COMO UM *DESIGN* METODOLÓGICO ADAPTADO**



A Teoria Fundamentada nos Dados é um *design* metodológico por meio do qual os dados são sistematicamente coletados e analisados (GOULDING, 2001). Assim, existe a necessidade de destacar que:

Essa metodologia capta a diversidade de fatos, dados, informações, experiências da realidade, além da multidimensionalidade e a multi-causalidade dos fenômenos. Além disso, preenche possíveis lacunas que podem surgir entre a teoria e a pesquisa empírica, pois propõe um conjunto de princípios e práticas/diretrizes básicas, como a codificação, a redação de memorandos e a amostragem, orientando o pesquisador nas etapas do processo de pesquisa, bem como o caminho a ser percorrido para a descoberta da teoria (PRIGOL; BEHRENS, 2018, p. 2).

Por exemplo, Strauss e Corbin (1998) destacam que os pressupostos dessa teoria possibilitam uma transformação substantiva dos dados em estruturas teóricas explicativas, que tem como objetivo a compreensão da problemática do estudo. Por conseguinte, o professor-pesquisador e o seu orientador adaptaram a Teoria Fundamentada nos Dados que foi empregada na condução desse estudo, pois a redação da teoria emergente por meio da utilização da codificação seletiva está desvinculada dos objetivos propostos para esse estudo.

Os instrumentos metodológicos de coleta de dados utilizados nesse estudo foram: dois questionários (inicial e final), o diário de campo do professor-pesquisador e os blocos de atividades do registro documental, cujos objetivos foram: a) identificar como os participantes percebem a presença da Geometria Plana e Espacial no cotidiano escolar; b) verificar se os participantes entenderam os conceitos geométricos propostos nas atividades realizadas na condução desse estudo e c) analisar se as atividades elaboradas sob a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática contribuíram para o desenvolvimento dos participantes com relação aos conteúdos da Geometria plana e espacial.

## RESULTADOS PARCIAIS

Após a realização dos três blocos de atividades pelos participantes dessa pesquisa, os seus resultados parciais mostram que o Cubo Mágico pode ser considerado como um recurso mediador para a aprendizagem que propicia o entendimento dos conteúdos referentes às noções primitivas da Geometria Euclidiana (Ponto, Reta, Plano e Espaço), bem como dos conceitos de vértice e aresta e, também, das relações entre as retas. Esses resultados também mostram que os conceitos de área, perímetro e volume estão sendo compreendidos pelos participantes e, que através das atividades de Modelagem Matemática realizadas durante a



condução do trabalho de campo desse estudo, os alunos estão desenvolvendo o seu pensamento crítico e reflexivo ao discutirem os resultados dessas atividades. A seguir, é apresentada a análise de uma questão proposta no questionário inicial.

Assim, a análise das respostas dadas para a questão 20: *Você acredita que o Cubo Mágico pode te ajudar nos Estudos de Geometria? ( ) Sim. ( ) Não. Explique a sua resposta*, mostra que 4 (quatro) participantes responderam positivamente essa questão. Por exemplo, o participante *M1* respondeu que “sim, porque precisa de muito raciocínio lógico”, a participante *F6* afirmou que “sim, porque ele é uma figura geométrica”, o participante *M3* comentou que “sim, até dando um cubo normal iria ajudar” enquanto a participante *F4* respondeu que “sim”, mas não justificou a sua resposta. Por outro lado, a participante *F2* respondeu “não. Porque eu nunca vi”.

Os quadros 1 e 2 mostram um exemplo de identificação dos códigos preliminares na codificação aberta, bem como a identificação de categorias conceituais na codificação axial por meio do agrupamento de códigos preliminares através de característica conceituais comuns.

Quadro 01: Exemplo de identificação de códigos preliminares

Dados Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
<i>9-Você gosta de estudar Matemática? ( ) Sim ( ) Não. Explique a sua resposta.</i> <i>M1:</i> Sim, gosto de estudar matemática (1), porque eu gosto (2) de fazer contas (3). <i>F2:</i> Não gosto de estudar matemática (1) porque eu não sou muito boa (4). <i>F4:</i> Não (1) porque em algumas coisas [conteúdos matemáticos] (3) eu tenho dificuldades (4). <i>M3:</i> Sim (1) porque eu gosto (2) de pensar muito (5) e fazer contas (3). <i>F6:</i> Sim (1), pois tem muitos cálculos para fazer (6).	(1) Relação com a matemática (2) Interesse e/ou motivação em estudar matemática. (3) Operações matemáticas básicas. (4) Dificuldades com a matemática e a geometria (5) Desenvolvimento do raciocínio. (6) Operacionalização da matemática.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 02: Exemplo de identificação de categorias conceituais

Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	Codificação Axial (Categorias Conceituais)
(3) Operações matemáticas básicas. (4) Dificuldades com a matemática e a geometria. (6) Operacionalização da matemática.	Ambiente Escolar
(1) Relação com a matemática. (2) Interesse e/ou motivação em estudar matemática. (5) Desenvolvimento do raciocínio.	Ação Pedagógica

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

É importante destacar que a identificação dos códigos preliminares na codificação aberta e o seu agrupamento em categorias conceituais por meio de características comuns



auxiliará o professor-pesquisa na determinação de uma resposta para a questão de investigação que está relacionada com a problemática proposta para esse estudo.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os dados coletados durante a aplicação das atividades propostas para o registro documental desse estudo compuseram a sua amostragem teórica e foram organizados e preparados para a sua análise, bem como para a condução das codificações axial e aberta que são propostas pela Teoria Fundamentada nos Dados. Conforme Strauss e Corbin (1998), na codificação aberta, os dados são codificados em códigos preliminares, durante a codificação aberta, após serem analisados e comparados para a determinação de semelhanças e diferenças conceituais para uma posterior categorização.

A codificação axial tem por objetivo iniciar o processo de reagrupamento dos códigos preliminares por meio de características comuns, cujos dados são codificados na etapa da codificação aberta por meio de comparações frequentes e constantes (STRAUSS; CORBIN, 1998). As categorias conceituais são identificadas na codificação axial, pois buscam possibilitar a interpretação dos resultados obtidos nesse estudo, pois podem auxiliar o professor-pesquisador na determinação de uma resposta para a questão de investigação dessa pesquisa.

Sobre o processo de triangulação de dados, Rosa, Oliveira e Orey (2015) ressaltam que esse procedimento metodológico tem como objetivo a obtenção das conclusões a serem validadas nesse processo analítico ao constatar a convergência dos resultados obtidos em pesquisas e investigações para torná-las mais confiáveis.

Como resultados da pesquisa, é esperado que os participantes compreendam os conceitos principais da Geometria Plana para que possam diferenciar, calcular e aplicar as definições de área e volume na resolução de situações-problema nos contextos escolar e cotidiano e, conseqüentemente, possam desenvolver um pensamento matemático crítico e reflexivo para utilizarem os conhecimentos geométricos na proposição de soluções para os problemas enfrentados no cotidiano.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**



- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sociocrítica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, II, Santos, 2003. Anais ... São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003.
- BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, DF: MEC/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998.
- CAVALCANTI, L. B. *O uso de material concreto com representações retangulares na construção do conceito de decomposição multiplicativa*. Dissertação de Mestrado em Educação. Recife, PE: Universidade Federal de Pernambuco, 2006.
- COSTA, E. A. S. *Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada*. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.
- EVES, H. *Geometria: tópicos de história da matemática para uso em sala de aula*. Geometria, Tradução: Higino H Domingues. São Paulo, SP: Atual, 1997.
- FAINGUELERNT, Estela K. Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999. GOULDING, C. Grounded theory: a magical formula or a potential nightmare. *The Marketing Review*. v. 2, n. 1, p. 21- 34, 2001.
- PATTON, M. G. *Qualitative research and evaluation methods*. 3rd Ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.
- PRIGOL, E. L.; BEHRENS, M. A. *Teoria fundamentada: metodologia aplicada na pesquisa em educação*. Curitiba, PR: PUCPR, 2018.
- ROSA, M. *A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELL) students: the case of mathematics*. Tese (Doutorado) – College of Education, California State University, Sacramento, 2010.
- ROSA, M., AZEVEDO DE OLIVEIRA, D. P.; OREY, D. C. Delineando e conduzindo o método misto de pesquisa em investigações em educação matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 8, n. 18, p. 749-769, 2015.
- ROSA, M.; OREY, D. C. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, v. 38, n. 4, p. 865-879, 2012.
- STRAUSS, A. L.; CORBIN, J. *Basics of qualitative research: grounded theory procedures and techniques*. 2nd Ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 1998.