



## MAPEANDO ABORDAGENS DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO EM TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS DA ÁREA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Carlos Roberto Torrente<sup>1</sup>

Frederico da Silva Reis<sup>2</sup>

**Resumo:** Este trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa de dissertação do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, que está sendo concluída no presente ano. O presente trabalho objetiva mapear as abordagens do Pensamento Matemático Avançado em teses e dissertações produzidas na área de Ensino de Matemática no Brasil. A metodologia utilizada dentro da abordagem qualitativa de pesquisas foi do tipo mapeamento no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Após um refinamento com foco no Pensamento Matemático Avançado, foram selecionados para análise 34 trabalhos, sendo 13 teses e 21 dissertações, defendidas no período de 2009 a 2021. A análise dos trabalhos selecionados aponta que teorias que visam conhecer os processos de formação do Pensamento Matemático Avançado contribuem de forma significativa para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior. Destaca-se, ainda, que David Tall e Tommy Dreyfus são os principais pesquisadores utilizados como referenciais teórico-bibliográficos sobre o desenvolvimento de teorias do pensamento matemático, especialmente, seus trabalhos dentro do *Advanced Mathematical Thinking*.

**Palavras-chave:** Pensamento Matemático Avançado. Mapeamento. Ensino de Matemática.

### INTRODUÇÃO

O Pensamento Matemático Avançado (PMA) foi inicialmente descrito na década de 1980, no decorrer do evento *The International Group for the PME (Psychology of Mathematics Education)*. Objetivou-se a produção de uma obra com foco no PMA e, como consequência, foi criado o grupo chamado *Advanced Mathematical Thinking Group* (ALMEIDA; IGLIORI, 2013).

Os pesquisadores Dreyfus (2002) e Tall (2002) são unânimes em afirmar que o PMA permeia a aprendizagem de muitas definições matemáticas complexas que podem aparecer

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP; Mestrado em Educação Matemática; carlos.torrente@aluno.ufop.edu.br; Orientador: Frederico da Silva Reis.

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP; Docente do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP.



nos mais variados níveis escolares, manifestando-se com maior intensidade nos anos finais do Ensino Médio e ao longo do Ensino Superior.

Dreyfus (2002) caracteriza o PMA como uma série de processos de representação, visualização, abstração, generalização e outros, com o intuito de classificar, conjecturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair ou formalizar. Dentre esses, o pesquisador destaca a importância dos conceitos da abstração e generalização.

Já Tall (2002) afirma que o PMA envolve um ciclo de atividades a considerar desde o ato de modelar um problema para a pesquisa matemática até a sua formulação criativa de conjecturas, concluindo com a prova. O PMA envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas por uma ampla gama de atividades matemáticas para construir novas ideias que conduzem ao desenvolvimento e ampliação de um sistema crescente de teoremas estabelecidos (TALL, 1995, p. 63).

Segundo Tall (1995, p. 65), “o pensar em Matemática avançada nem sempre é um processo lógico para a criação de ideias matemáticas”. Para ele, somos criativos, mas é bem depois do pensamento elementar que nos ocorre a abstração das coisas que aprendemos, ou seja, é nesse estágio que é exigido a abstração das propriedades de conceitos matemáticos. Baseando-nos na definição de Tall (1995), quando isso ocorre, o sujeito (aluno) é capaz de manipular as suas próprias definições conceituais produzidas, de forma abstrata, para desenvolver as relações lógicas dos conceitos que foram estudados anteriormente.

Para Gray et al. (1999), o termo PMA tem sido usado mais no sentido do pensamento de matemáticos profissionais criativos quando imaginam, conjecturam e provam teoremas. Os pesquisadores acrescentam, ainda, que esse termo também se aplica ao pensar dos estudantes a quem lhes é apresentado definições e teoremas criados por outros e se lhes pede a construção de um conceito (HENRIQUES, 2010, p. 16).

## **O MAPEAMENTO DO PMA EM TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS**

Inicialmente, entenderemos o mapeamento de pesquisas como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção,



descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes da produção (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 18).

O levantamento que caracterizou nosso mapeamento foi feito por meio de uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Inicialmente, indicamos para busca os seguintes termos: “Pensamento Matemático”, sendo encontrados 217 trabalhos (56 teses, 161 dissertações).

Na sequência, indicamos para busca os termos “Pensamento Matemático Avançado”, sendo encontrados 50 trabalhos (13 teses e 37 dissertações). Decidimos realizar a leitura dos resumos dos 50 trabalhos encontrados nessa última busca e optamos, então, por selecionar para análise, 34 trabalhos (13 teses e 21 dissertações) que foram publicados no período de 2009 a 2021, que mencionam o Pensamento Matemático Avançado em seus resumos e o apresentam como um de seus componentes teórico-bibliográficos.

No quadro a seguir, apresentamos os trabalhos selecionados, cronologicamente, destacando: autor, ano da defesa, título, tese (T) ou dissertação (D) e instituição.

**Quadro 1: Pesquisas selecionadas por abordar o PMA**

<b>Autor</b>	<b>Ano</b>	<b>Título</b>	<b>T/D</b>	<b>Instituição</b>
Vinicius Mendes Couto Pereira	2009	Cálculo no Ensino Médio: uma proposta para o problema da variabilidade	D	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
João Cláudio Brandemberg Quaresma	2009	Uma análise histórica epistemológica do conceito de grupo	T	Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)
Anderon Melhor Miranda	2010	As tecnologias da informação no estudo do Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa	T	Universidade do Minho (Portugal)
Lílian Ferreira de Amorim	2011	A (re)construção do conceito de limite do Cálculo para Análise: um estudo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática	D	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Érika Andersen	2011	As ideias centrais do Teorema Fundamental do Cálculo mobilizadas por alunos de Licenciatura em Matemática	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Vilmar Gomes da Fonseca	2011	O uso de tecnologias no Ensino Médio: a integração de Mathlets no estudo da função afim	D	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)



Hernando José Rocha Franco	2011	Os diversos conflitos observados em alguns alunos de licenciatura num curso de Álgebra: identificação e análise	D	Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)
André Seixas de Novais	2011	Equações indeterminadas e lugares geométricos: uma proposta alternativa para o estudo de equações em $\mathbb{R}^2$	D	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
Adriana Tiago Castro dos Santos	2011	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do <i>software</i> GeoGebra	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Elen Andrea Janzen	2011	O papel do professor na formação do pensamento matemático de estudantes durante a construção de provas em um ambiente de Geometria Dinâmica	T	Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Kátia Socorro Bertolazi	2012	Conhecimentos e compreensões revelados por estudantes de Licenciatura em Matemática sobre sistemas de equações lineares	D	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Henrique Rizek Elias	2012	Dificuldades de estudantes de Licenciatura em Matemática na compreensão de conceitos de grupo e/ou isomorfismo de grupos	D	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Debora Cristiane Barbosa Kirnev	2012	Dificuldades evidenciadas em registros escritos a respeito de demonstrações matemáticas	D	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Sonia de Cassia Santos Prado	2012	O uso da calculadora e o Pensamento Matemático Avançado: uma análise a partir das situações de aprendizagem nos Cadernos do Professor de Matemática	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Jean Peixoto Campos	2014	Algoritmos para fatoração e primalidade como ferramenta didática para o ensino de Matemática	D	Universidade Federal de Rondônia (UNIR)
Valter Costa Fernandes Júnior	2014	Repensando o ensino de Análise: reações, impressões e modificações nas imagens de conceito de alunos frente a atividades de ensino sobre sequências de números reais	D	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
Rieuse Lopes Pinto	2014	Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem do Cálculo	D	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
José Cirqueira Martins Júnior	2015	Ensino de derivadas em Cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra	D	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
João Lucas de Oliveira	2016	A utilização de softwares dinâmicos no ensino de Análise Real: um estudo sobre a construção do conceito de Integral de Riemann	D	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)



Eneias de Almeida Prado	2016	Álgebra Linear na Licenciatura em Matemática: contribuições para formação do profissional da Educação Básica	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)
Willian Vieira	2016	Do Cálculo à Análise Real: um diagnóstico dos processos de ensino e de aprendizagem de sequências numéricas	T	Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)
Jair Lucas Jorge	2017	Teoria de Conjuntos: processos manifestados do Pensamento Matemático Avançado	D	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Marta Burda Schastai	2017	Tall e Educação Matemática Realística: algumas aproximações	T	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Francisca Cláudia Fernandes Fontenele	2018	Contribuições da Sequência Fedathi para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado: uma análise da mediação docente em aulas de Álgebra Linear	T	Universidade Federal do Ceará (UFC)
Paulo Ferreira do Carmo	2018	Pensamento Matemático Avançado: como essa noção repercute em dissertações e teses brasileiras?	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Daniel Brandão Menezes	2018	O ensino do Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva da Sequência Fedathi: caracterização da mediação de um bom professor	T	Universidade Federal do Ceará (UFC)
Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias	2018	Teorias cognitivas do Pensamento Matemático Avançado e o processo de construção do conhecimento: um estudo envolvendo os conceitos de limite e continuidade	T	Universidade Federal do Pará (UFPA)
Leide Maria Leão Lopes	2019	Formação e reelaboração de imagens e definições de conceito relacionadas ao ensino de vetores em Geometria Analítica	D	Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)
Thaise Thurow Schaun	2019	As representações tridimensionais das superfícies quádricas na disciplina de Cálculo com realidade aumentada	D	Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)
Christian James de Castro Bussmann	2019	Pensamento Matemático-Computacional: uma teorização	T	Universidade Estadual de Londrina (UEL)
Michelle Andrade Klaiber	2019	Introdução à Álgebra Linear em um curso de Licenciatura em Química: o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado por meio de uma Experiência de Ensino	T	Universidade Estadual de Londrina (UEL)



João Arci Junior	2021	O Princípio da Casa dos Pombos: uma aplicação da Modelagem Matemática no ensino	D	Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR)
Mariana Maestripieri Okamoto	2021	Processos e subprocessos do Pensamento Matemático Avançado identificados nas habilidades do pensamento computacional	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Ronaldo Dias Ferreira	2021	Compreensão do conceito de limite por alunos de cursos de Ciências Exatas	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma breve descrição de cada trabalho selecionado, destacando o foco de pesquisa e alguns aspectos abordados relacionados à abordagem e teorização do PMA, é feita na dissertação cujo recorte gerou o presente trabalho.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pesquisadores vêm discutindo, há alguns anos, abordagens e processos do PMA, destacadamente, Tall (1995, 2002) e Dreyfus (2002). Nosso mapeamento, de fato, mostrou a predominância de David Tall e Tommy Dreyfus como referenciais teórico-bibliográficos da grande maioria das pesquisas mapeadas.

Nas 36 pesquisas aqui mapeadas que abordam o PMA, observamos que 24 delas investigam o desenvolvimento de processos do PMA relacionando-os aos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos trabalhados no Ensino Superior, destacadamente, conceitos nucleares do Cálculo Diferencial e Integral. Já 6 pesquisas investigam o desenvolvimento de processos do PMA relacionando-os aos processos de ensino e de aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos trabalhados no Ensino Médio, sem predominância de algum, em particular. Por sua vez, 2 pesquisas investigam relações entre o PMA e o pensamento computacional e, ainda, outras 2 pesquisas investigam relações entre o PMA sob óticas filosóficas da Educação Matemática.

Destaca-se, pois, a quase total inexistência de pesquisas especificamente focadas na investigação das abordagens e processos do PMA na perspectiva da formação de professores



de Matemática, seja inicial, seja continuada. Donde concluímos que existe uma grande urgência na realização de pesquisas que discutam tal transição à luz de suas contribuições para a formação de professores de Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. V.; IGLIORI, S. B. C. Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/aprendizagem do Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n. 3, p. 718-734, 2013.
- DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (Org.). **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, p.25-41.
- GRAY, E.; PINTO, M. M. F.; PITTA, D.; TALL, D. Knowledge construction and diverging thinking in elementary & advanced Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, n. 38, p. 111-133, 1999.
- HENRIQUES, A. C. C. B. **O Pensamento Matemático Avançado e a aprendizagem da Análise Numérica num contexto de actividades de investigação**. 2010. 462 f. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.
- TALL, D. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: MEIRA, L.; CARRAHER, D. (Ed.). **Proceedings of 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1995, v. 1, p. 61-75.
- TALL, D. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. (Org.). **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, p. 3-21.